

Morphologie mathématique

- Le terme morphologie est associé à une branche de la biologie qui traite des formes et des structures des plantes et des animaux.
- Le même terme est utilisé , dans le contexte mathématique, en tant que technique d'extraction d'éléments d'une image tels que des formes et des régions. En plus, une technique d'amélioration des images (filtrage, affinage).
- La morphologie mathématique est basée sur l'utilisation des opérateurs sur les ensembles(interaction, union, inclusion, complément) pour transformer une image.
- L'idée de base de la morphologie mathématique est de comparer l'ensemble à analyser (les objets dans l'image) avec un ensemble de géométrie connue appelé **élément structurant**.
- Les éléments structurants permettent de définir le type de voisinage que l'on souhaite considérer pour transformer les objets de l'image.

Morphologie mathématique

Un élément structurant est un ensemble qui a les caractéristiques suivantes:

- Il possède une forme,
- Cette forme a une taille,
- Il est repéré par son centre.

Remarque : les résultats de la transformation dépendent de la taille et de la forme de l'élément structurant utilisé.

Morphologie mathématique

Quelques exemples d'éléments structurants

0	1	0
1	1	1
0	1	0

Élément structurant à 4-connexité
de forme losange

1	1	1
1	1	1
1	1	1

Élément structurant à 8-connexité
de forme carré

Morphologie mathématique

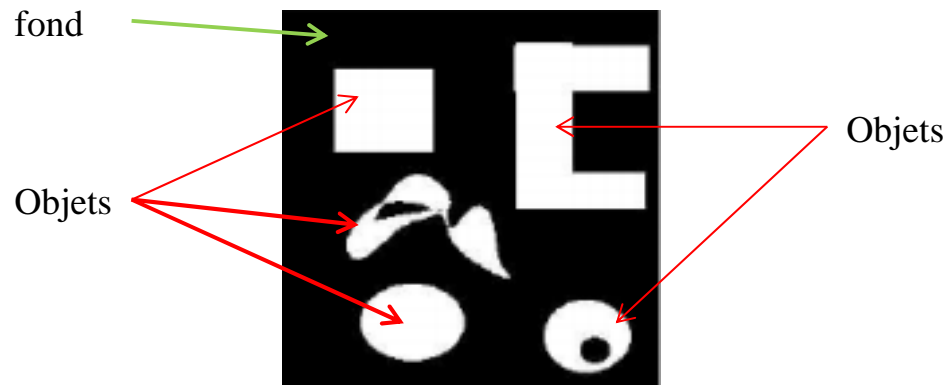
Principe de la morphologie mathématique

- Soit une image I à traiter
- On définit un élément structurant E
- E se déplace sur I comme un opérateur de convolution (passage successive par toutes les positions dans l'image).
- En chaque position de I , des opérations logiques (essentiellement non-linéaires) sont effectuées entre I et E .

Morphologie mathématique

Remarque: la morphologie mathématique s'applique aussi bien aux images binaires qu'aux images aux niveaux de gris.

Dans ce qui suit, nous utilisons les images binaires. Elles sont constituées de deux types de pixels, les pixels appartenant à un ou plusieurs objets sont notés 1 (blanc), les pixels appartenant au fond qui sont notés 0 (noir).



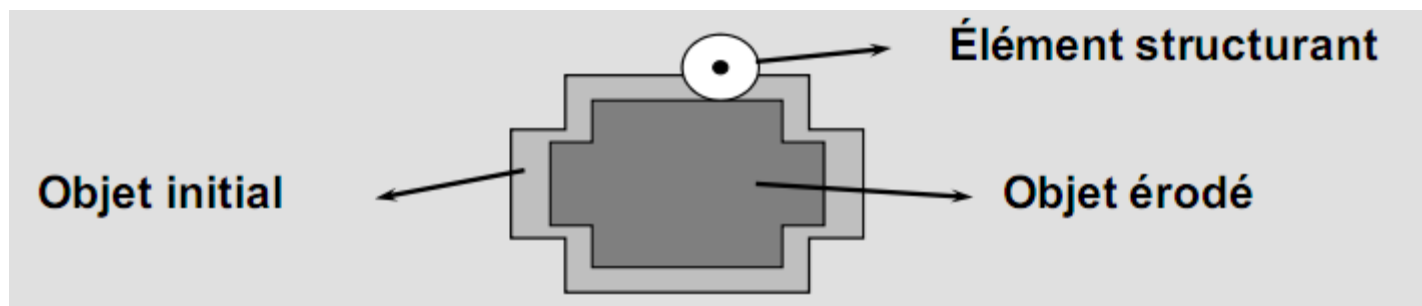
Morphologie mathématique

Les premières transformations morphologiques de base

Erosion binaire

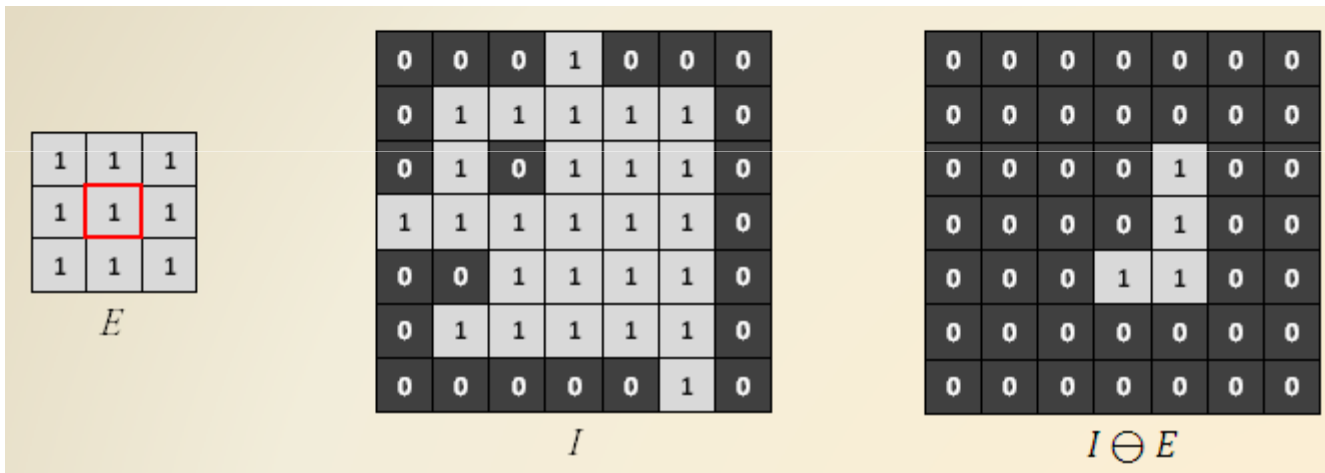
L'érosion d'une image I par un élément structurant E consiste à ne conserver que les points x de I tels que l'élément E , une fois centré sur x , s'encastre totalement à l'intérieur de I :

$$\varepsilon_E(I) = I \ominus E = \{x / E_x \subseteq I\}$$



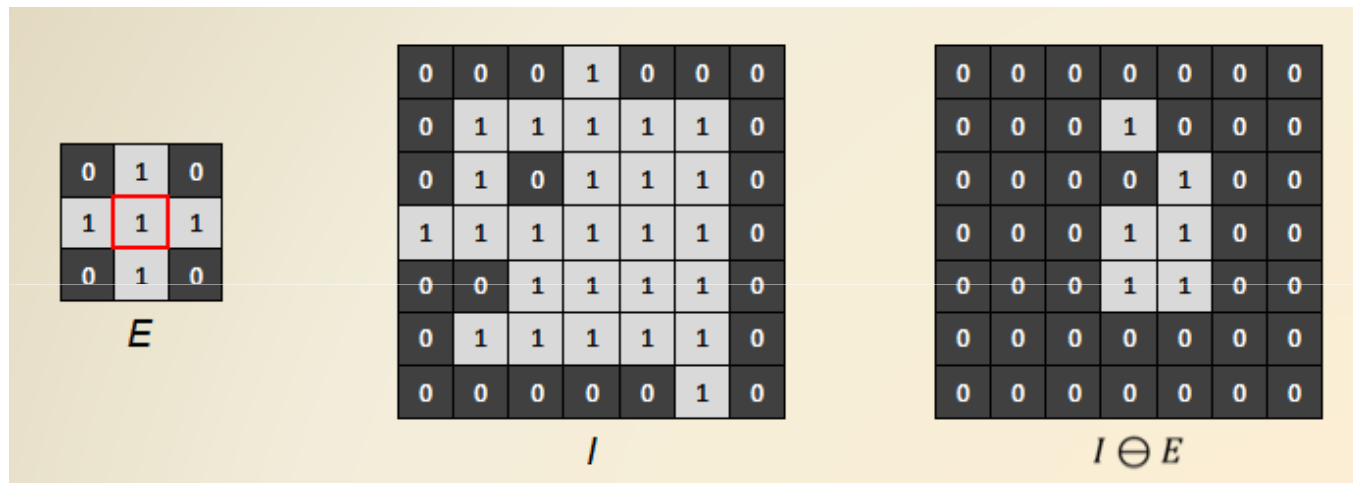
Morphologie mathématique

Exemple d'érosion



Morphologie mathématique

Exemple d'érosion



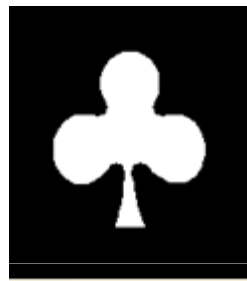
Remarques:

- En érodant I par E , on supprime tous les points sur le bord de I (on parle d'objet).
- la répétition de l'érosion implique la disparition de l'objet.

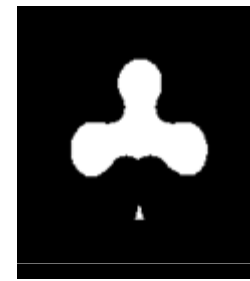
Morphologie mathématique



Image



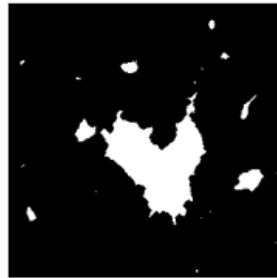
Erosion 1



Erosion 2



Image



2 érosions



6 érosions



12 érosions

Morphologie mathématique

Les effets de l'érosion

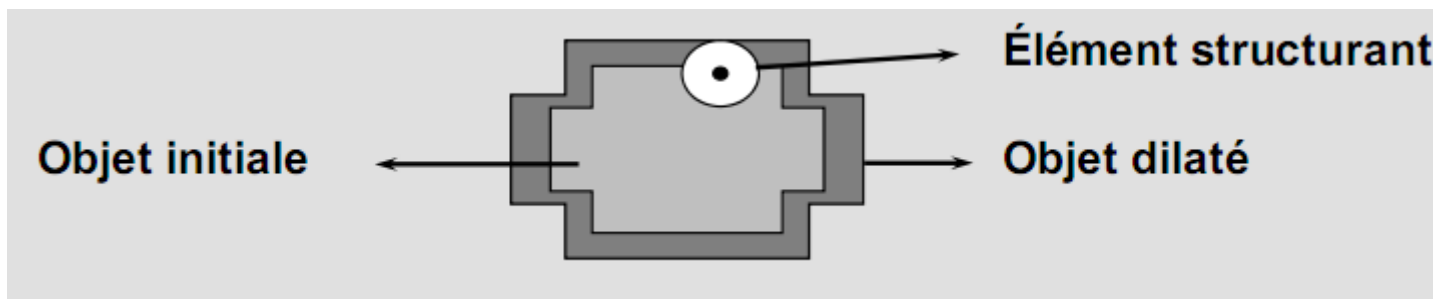
- Diminution de la taille des objets;
- Élimination (ou suppression) des objets plus petits que l'élément structurant.
- séparation des objets aux étranglement.

Morphologie mathématique

Dilatation binaire

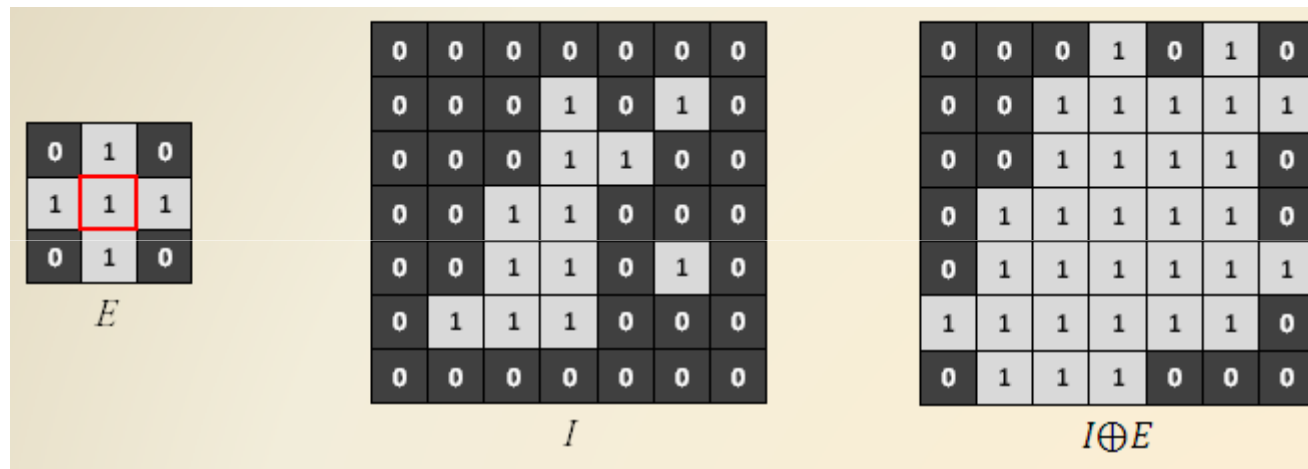
La dilatation d'une image I par un élément structurant E est définie par l'ensemble de points x tel que E intersecte I quand son origine coïncide avec x :

$$\delta_E(I) = I \oplus E = \{ \cup_{x \in I} E_x \}$$



Morphologie mathématique

Exemple de dilatation



Remarques:

- *En dilatant I par E , on ajoute tous les points sur le bord externe de I (on parle d'objet).*
- *la répétition de la dilatation implique l'objet occupe toute l'image.*

Morphologie mathématique



Image



Dilatation 1



Dilatation 2



Image



Dilatation

Morphologie mathématique

Les effets de la dilatation

- Augmente la taille des objets;
- Bouche les trous;
- Réunit les objets très proches;

Morphologie mathématique

Concrètement, pour une image binaire :

- l'érosion implique pour chaque pixel de l'objet rencontré, s'il possède un voisin, au sens de l'élément structurant, appartenant au fond, il prend la couleur du fond, sinon, il n'est pas modifié.
- la dilation implique pour chaque pixel du fond rencontré, s'il possède un voisin, au sens d'élément structurant, qui appartient à un objet, il prend la couleur de l'objet, sinon, il n'est pas modifié.

Morphologie mathématique

Tous les opérateurs morphologiques sont basés sur une opération combinatoire des opérateurs de dilatation et d'érosion.

Exemples:

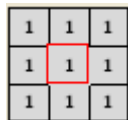
- L'ouverture morphologique;
- La fermeture morphologique;
- Le gradient morphologique;
- La squelettisation.
- La ligne de partage des eaux;

Morphologie mathématique

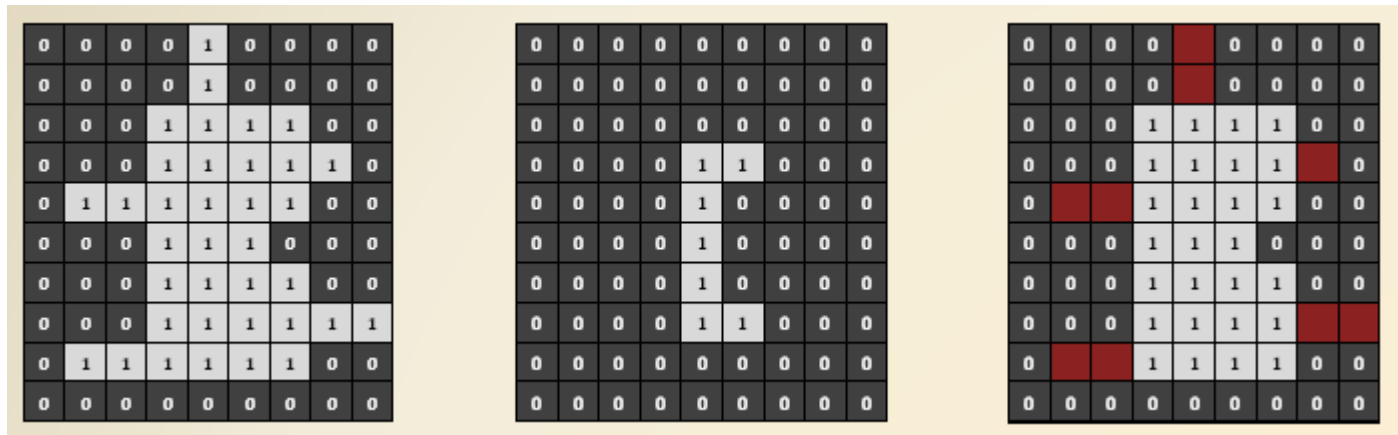
L'ouverture morphologique

L'ouverture morphologique consiste à effectuer une érosion, puis une dilatation d'une image à l'aide du même élément structurant.

$$\gamma_E(I) = I \circ E = (I \ominus E) \oplus E$$



E



I

$I \ominus E$

$I \circ E = (I \ominus E) \oplus E$

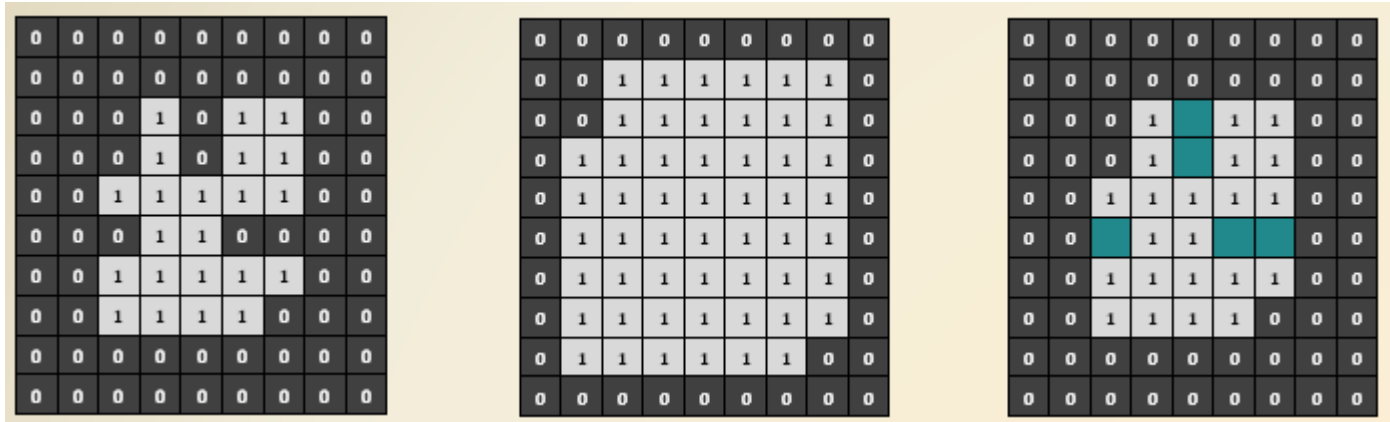
Morphologie mathématique

La fermeture morphologique

La fermeture morphologique est l'opération duale de l'ouverture, et consiste à effectuer une dilatation suivie d'une érosion de l'image à l'aide du même élément structurant.

$$\varphi_E(I) = I \circ E = (I \oplus E) \ominus E$$

1	1	1
1	1	1
1	1	1



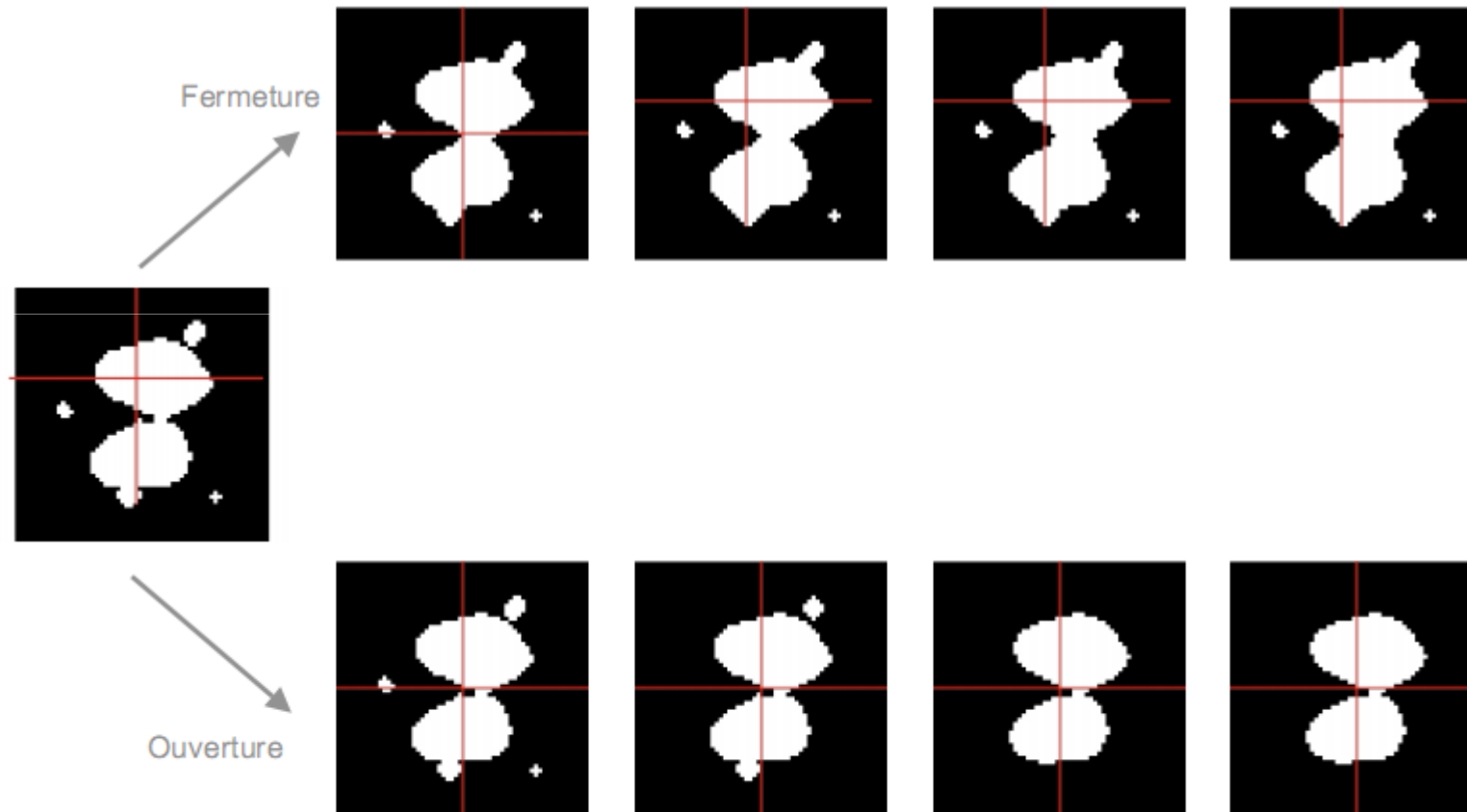
E

I

$I \oplus E$

$I \circ E = (I \oplus E) \ominus E$

Morphologie mathématique



Morphologie mathématique

Les effets de l'ouverture et de la fermeture

Ouverture	Fermeture
<ul style="list-style-type: none">- Lisse les formes(contours).- Élimine les composantes connexes plus petite que E.- Conserve la taille et la forme	<ul style="list-style-type: none">- Complète les défauts de la forme.- Bouche les trous plus petits que E et soude les formes les plus proches.- Conserve la taille et la forme.

Morphologie mathématique

Application des quatre opérations à l'images aux niveaux de gris



Image



Érosion



Dilatation



Ouverture



Fermeture

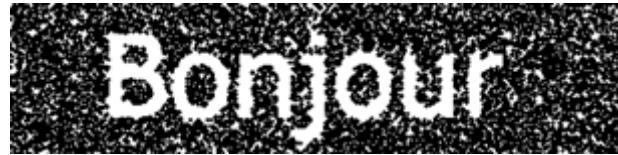
Morphologie mathématique

Cas pratique de l'ouverture et de la fermeture

La suppression du bruit



Image



Fermeture



Ouverture

Morphologie mathématique

Extension de ces quatre opérations aux images aux niveaux de gris

L'érosion: prendre la valeur minimale.

La dilatation: prendre la valeur maximale.

- *La dilatation est utile pour boucher les trous mais augmente la taille de l'objet. On passe alors une érosion pour revenir à la taille de départ. La dilatation a tendance à éclaircir l'image, tandis que l'érosion a tendance à l'assombrir.*
- *L'ouverture érode les pics plus petits que E et la fermeture remplit les creux plus petits que E .*

Morphologie mathématique

Le gradient morphologique

Le gradient morphologique met l'accent sur les variations locales dans l'image selon le voisinage défini par l'élément structurant. Trois combinaisons peuvent être utilisées:

- Différence arithmétique entre la dilatation et l'image originale (contour externe):

$$g = (I \oplus E) - I$$

- Différence arithmétique entre l'image originale et son érodée (contour interne) :

$$g = I - (I \ominus E)$$

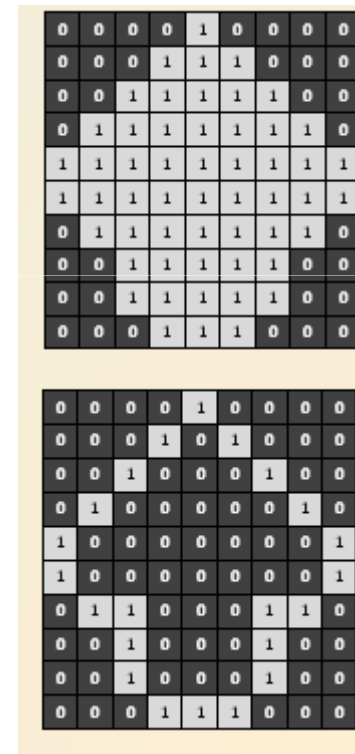
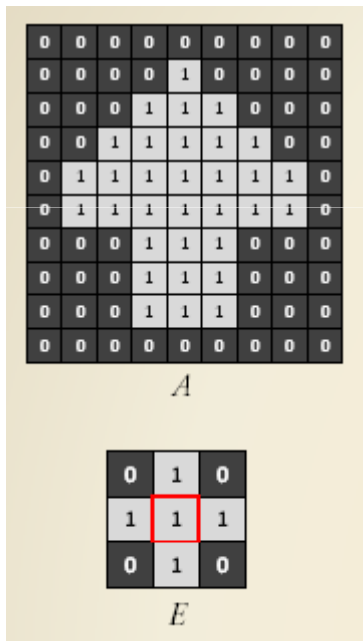
- la différence arithmétique entre la dilatation et l'érosion:

$$g = (I \oplus E) - (I \ominus E)$$

Morphologie mathématique

Comment extraire un contours?

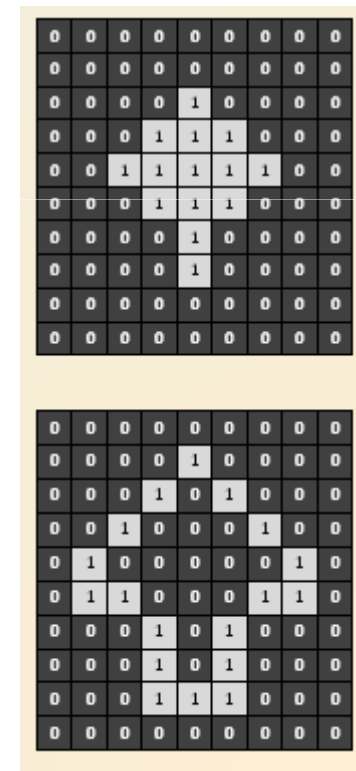
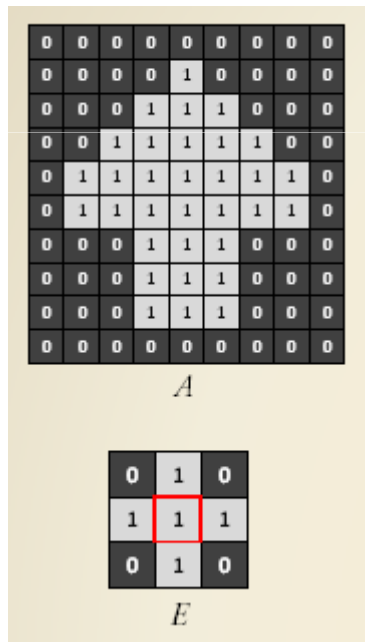
Les contours externes : dilatation -image



Morphologie mathématique

Comment extraire un contours?

Les contours internes : image-érosion



Morphologie mathématique

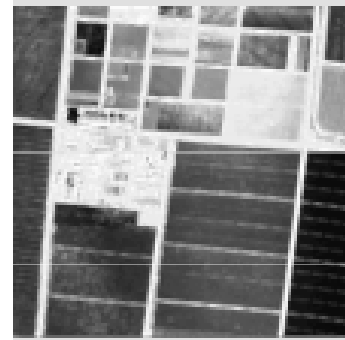
Le gradient morphologique d'une image en niveaux de gris



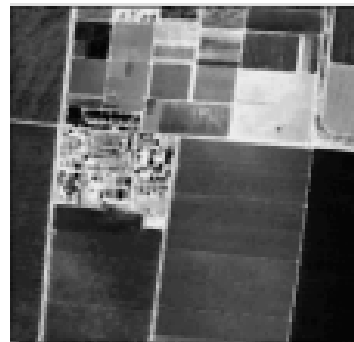
Image

0	1	0
1	1	1
0	1	0

Élément structurant



Dilatation



Erosion

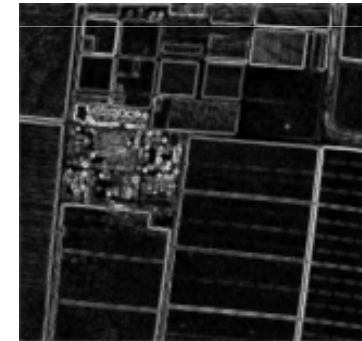


Image contours

Morphologie mathématique

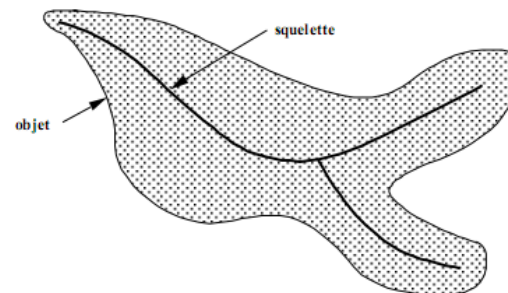
Squelettisation

L'objectif de la squelettisation est de représenter un ensemble avec un minimum d'information, sous une forme qui soit à la fois simple à extraire et à manipuler.

Le squelette est l'axe médian, qui est le lieu des points équidistants des frontières d'un ensemble.

Le squelette doit:

- Préserver la géométrie de la forme;
- Être d'épaisseur nulle;
- Conserver les relations de connexité.
- Permettre de retrouver la forme originale;



Morphologie mathématique

- *La dilatation est utile pour boucher les trous mais augmente la taille de l'objet. On passe alors une érosion pour revenir à la taille de départ. La dilatation a tendance à éclaircir l'image, tandis que l'érosion a tendance à l'assombrir.*
- *L'ouverture et la fermeture sont des filtres passe bas, c'est-à-dire des filtres éliminant les variations fortes (en+ ou en-) du signal. Elles gardent à un peu près constant l'intensité de l'image.*