Exercice 1 (8 pts)

La figure 1 représente une voiture de tourisme à six roues. Les numéros de roues sont indiqués à côté de chaque roue. La roue avant gauche est la roue numéro 1, et la roue avant droite est le numéro 2. Se déplacer vers l'arrière sur le côté droit, on compte les roues numérotées 3, 4; 5 et 6.

A partir de la vue de dessus du véhicule en mouvement, on peut montrer le repère mobile noté B dont son origine représente le centre de gravité du véhicule, le repère fixe noté G et l'angle de lacet ψ entre les axes x et X.

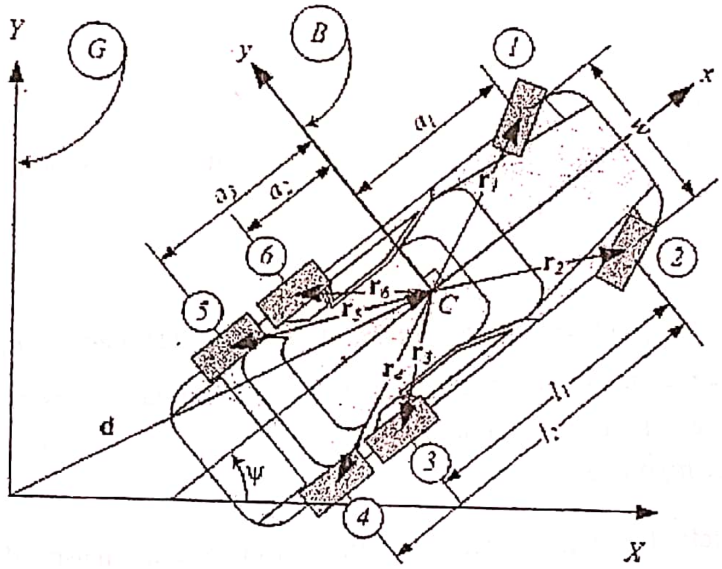

Figure 1 : Vue de dessus d'un véhicule à six roues en mouvement.

1) Déterminer la position des six roues dans le repère B.
2) Calculer la matrice de rotation du repère G vers le repère B.
3) Déterminer la position des six roues dans le repère G.

Exercice II (12 pts)

La figure 2 représente les différentes forces qui exercent sur un véhicule électrique

1) Montrer que la dynamique du véhicule est donnée par :

$$\dot{V}_x = V_y\Omega_z - \frac{C_a}{M}V_x^2 + \frac{1}{M}F_X$$

$$\dot{V}_y = -V_x\Omega_z + \frac{1}{M}F_Y$$

$$\dot{\Omega}_z = \frac{1}{I_z}M_z$$

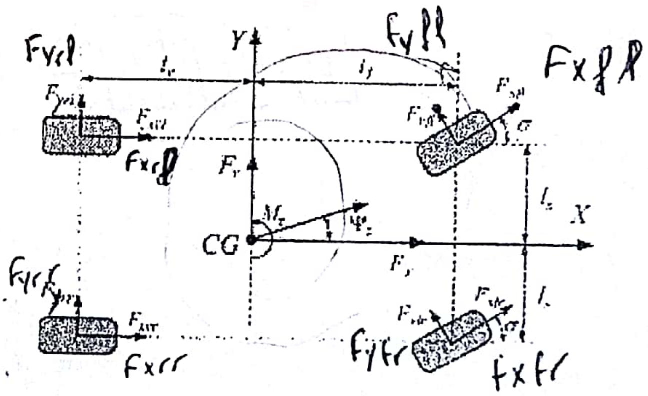

Figure 2 : Représentation des forces d'un véhicule électrique

Avec V_x et V_y sont respectivement la vitesse longitudinale et la vitesse latérale et Ω_z la vitesse d'orientation. M la masse du véhicule, I_z le moment d'inertie du véhicule, et C_a est le coefficient aérodynamique. F_X, F_Y et M_z représentent respectivement la force longitudinale, la force latérale et le moment du couple autour de l'axe z.

2) Déterminer l'expression des forces F_x et F_y ainsi que l'expression du moment du couple M_z.

3) Si on considère $X = [V_x \ V_y \ \Omega_z]^T$ comme vecteur d'état, $F_x = [F_{xfl} \ F_{xfr} \ F_{xrl} \ F_{xrr}]^T$, $F_y = [F_{yfl} \ F_{yfr} \ F_{yrl} \ F_{yrr}]^T$. Montrer que la dynamique de ce véhicule électrique peut se réécrire sous cette forme :

$$\dot{X} = A.X + B_x.F_x + B_y.F_y$$

4) On considère que chaque roue du véhicule est entrainée par un moteur électrique dont la dynamique est donnée par :

$$I\dot{w}_i = k_i.u_i - R_{eff}.F_{xi}$$

Avec $w = [w_{fl} \ w_{fr} \ w_{rl} \ w_{rr}]^T$ représente les vitesses de rotation des quatre moteurs électriques. $u = [u_{fl} \ u_{fr} \ u_{rl} \ u_{rr}]^T$ regroupe des tensions de commande des quatre moteurs électriques. k_i est le gain de contrôle de chaque moteur d'indice $i = \{fl \ fr \ rl \ rr\}$. R_{eff} est le rayon de la roue.

Déterminer la dynamique complète du véhicule électrique, déduite de la combinaison de la dynamique appropriée à la structure mécanique du véhicule avec celle des moteurs électriques qui entrainent les roues du véhicule électrique.

Bonne Chance

Corrigé de l'EMD - 2018 du module véhicule élect

Exercice 1 :

1) La position des six roues dans le repère B.

$$^{B}r_1 = \begin{pmatrix} a_1 \\ \frac{\omega}{2} \end{pmatrix} ; \quad ^{B}r_2 = \begin{pmatrix} a_1 \\ -\frac{\omega}{2} \end{pmatrix} ; \quad ^{B}r_3 = \begin{pmatrix} -a_2 \\ -\frac{\omega}{2} \end{pmatrix}$$

0,5 0,5 0,5

$$^{B}r_4 = \begin{pmatrix} -a_3 \\ -\frac{\omega}{2} \end{pmatrix} ; \quad ^{B}r_5 = \begin{pmatrix} -a_3 \\ \frac{\omega}{2} \end{pmatrix} \quad ^{B}r_6 = \begin{pmatrix} -a_2 \\ \frac{\omega}{2} \end{pmatrix}$$

0,5 0,5 0,5

2) La matrice de rotation du repère G vers le repèr

$$^{G}R_B = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix}$$

2

3) La position des six roues dans le repère G.

$$^{G}r_1 = {}^{G}r_C + {}^{G}R_B\,{}^{B}r_1 = \begin{pmatrix} X_C + a_1\cos(\psi) - \frac{\omega}{2}\sin(\psi) \\ Y_C + a_1\sin(\psi) + \frac{\omega}{2}\cos(\psi) \end{pmatrix}$$ 0,

$$^{G}r_2 = {}^{G}r_C + {}^{G}R_B\,{}^{B}r_2 = \begin{pmatrix} X_C + a_1\cos(\psi) + \frac{\omega}{2}\sin(\psi) \\ Y_C + a_1\sin(\psi) - \frac{\omega}{2}\cos(\psi) \end{pmatrix}$$ 0,5

$$^{G}r_3 = {}^{G}r_C + {}^{G}R_B\,{}^{B}r_3 = \begin{pmatrix} X_C - a_2\cos(\psi) + \frac{\omega}{2}\sin(\psi) \\ Y_C - a_2\sin(\psi) - \frac{\omega}{2}\cos(\psi) \end{pmatrix}$$ 0,5

$$ {}^{G}r_4 = {}^{G}r_C + {}^{G}R_B\,{}^{B}r_4 = \begin{pmatrix} X_C - a_3\cos(\psi) + \frac{\omega}{2}\sin(\psi) \\ Y_C - a_3\sin(\psi) - \frac{\omega}{2}\cos(\psi) \end{pmatrix} $$

$$ {}^{G}r_5 = {}^{G}r_C + {}^{G}R_B\,{}^{B}r_5 = \begin{pmatrix} X_C - a_3\cos(\psi) - \frac{\omega}{2}\sin(\psi) \\ Y_C - a_3\sin(\psi) + \frac{\omega}{2}\cos(\psi) \end{pmatrix} \quad 0{,}5 $$

$$ {}^{G}r_6 = {}^{G}r_C + {}^{G}R_B\,{}^{B}r_6 = \begin{pmatrix} X_C - a_2\cos(\psi) - \frac{\omega}{2}\sin(\psi) \\ Y_C - a_2\sin(\psi) + \frac{\omega}{2}\cos(\psi) \end{pmatrix} $$

Exercice II :

1) Montrons que la dyna~~m~~ique du véhicule est donné par :

$$ \dot V_x = V_y\Omega_z - \frac{C_a}{M}V_x^2 + \frac{1}{M}F_x $$

$$ \dot V_y = -V_x\Omega_z + \frac{1}{M}F_y $$

$$ \dot\Omega_z = \frac{1}{I_z}M_z $$

On a ${}^{G}V_C = {}^{G}R_B\,{}^{B}V_C = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}$

$$ = \begin{bmatrix} V_x\cos(\psi) - V_y\sin(\psi) \\ V_x\sin(\psi) + V_y\cos(\psi) \end{bmatrix} \quad 0{,}5 $$

Par conséquent ${}^{G}\dot V_C = \begin{cases} \dot V_x\cos(\psi) - \dot\psi V_x\sin(\psi) - \dot V_y\sin(\psi) - \dot\psi V_y \\ \dot V_x\sin(\psi) + V_x\dot\psi\cos(\psi) + \dot V_y\cos(\psi) - \dot\psi V_y s \end{cases}$

0,5

Si on considère $\dot\psi \simeq 0$, on déduit :

$$\dot V_c = \begin{pmatrix} \dot V_x - \dot\psi V_y \\ \dot V_y + \dot\psi V_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot V_x - \Omega_z V_y \\ \dot V_y + \Omega_z V_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dot V_X \\ \dot V_Y \end{pmatrix}$$

1
1

L'application de la loi fondamentale de la mécanique nous donne

0,5 $F_X - C_a V_x^2 = M\dot V_X = M(\dot V_x - \Omega_z V_y)$

0,5 $F_Y = M\dot V_Y = M(\dot V_y + \Omega_z V_x)$

0,5 $M_z = I_z \dot\Omega_z$

D'où

$$\dot V_x = V_y\Omega_z - \frac{C_a}{M} V_x^2 + \frac{1}{M}F_x$$

$$\dot V_y = -V_x\Omega_z + \frac{1}{M}F_y$$

$$\dot\Omega_z = \frac{1}{I_z} M_z$$

2) L'expression des forces F_x et F_y

1 $F_X = (F_{xfl} + F_{xfr})\cos(\sigma) - (F_{yfl} + F_{yfr})\sin(\sigma) + F_{xrl} + F_{xrr}$

1 $F_Y = (F_{yfl} + F_{yfr})\cos(\sigma) + (F_{xfl} + F_{xfr})\sin(\sigma) + F_{yrl} + F_{yrr}$.

1 $M_z = \big(F_{yfl}\sin(\sigma) - F_{xfl}\cos(\sigma) - F_{xrl} + F_{xrr} + F_{xfr}\cos(\sigma) - F_{yfr}\sin(\sigma)\big)l_s - (F_{yfr} + F_{yrr})l_r + \big((F_{yfr} + F_{yfl})\cos(\sigma) + (F_{xfr} + F_{xfl})\sin(\sigma)\big)l_f$

Montrons que la dynamique de ce véhicule électrique se réécrire sous cette forme:

$$\dot X = A X + B_x F_x + B_y F_y$$

avec $X = [V_x \quad V_y \quad \Omega_z]^T$; $F_x = [F_{xfl} \quad F_{xfr} \quad F_{xrl} \quad F_{xrr}$

$F_y = [F_{yfl} \quad F_{yfr} \quad F_{yrl} \quad F_{yrr}]^T$

On $\dot V_x = V_y \Omega_z - \frac{C_a}{M} V_x^2 + \frac{1}{M} F_x$

$$= V_y \cdot \Omega_z - \frac{C_a}{M} V_x \cdot V_x + \frac{1}{M}\left[-\sin(\sigma) \cdot F_{yfl} - \sin(\sigma) F_{yfr}\right] + \frac{1}{M}\left[\cos(\sigma) F_{xfl} + \cos(\sigma) F_{xfr} + F_{xrl} + F_{xrr}\right]$$

$$\dot V_x = \left[-\frac{C_a}{M} V_x \quad 0 \quad V_y\right] \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} + \frac{1}{M}\left[-\sin(\sigma) \quad -\sin(\sigma) \quad 0 \quad 0\right] \begin{bmatrix} F \\ F \\ F \\ F \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$+ \frac{1}{M}\left[\cos(\sigma) \quad \cos(\sigma) \quad 1 \quad 1\right] \begin{bmatrix} F_{xfl} \\ F_{xfr} \\ F_{xfl} \\ F_{xrr} \end{bmatrix}.$$

De la ~~même~~ manière on déduit $\dot V_y$ et $\dot\Omega_z$ comme suit:

$$\dot V_y = -V_x \Omega_z + \frac{1}{M} F_y = -V_x \cdot \Omega_z + \frac{1}{M}\left[\cos(\sigma) F_{yfl} + \cos(\sigma) F_{yfr} + F_{yrl} + F_{yrr}\right] + \frac{1}{M}\left[\sin(\sigma) F_{xfl} + \sin(\sigma) F_{xfr}\right]$$

$$\dot{V}_y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -V_x \end{bmatrix} X + \frac{1}{M}\begin{bmatrix} \cos(\sigma) & \cos(\sigma) & 1 & 1 \end{bmatrix} F_y$$

1

$$+ \frac{1}{M}\begin{bmatrix} \sin(\sigma) & \sin(\sigma) & 0 & 0 \end{bmatrix} F_x$$

$$\dot{\Omega}_z = \frac{1}{I_z}\begin{bmatrix} l_f\cos(\sigma) + l_s\sin(\sigma) & l_f\cos(\sigma) - l_s\sin(\sigma) & -l_r & -l_r \end{bmatrix}$$

1

$$+ \frac{1}{I_z}\begin{bmatrix} l_f\sin(\sigma) - l_s\cos(\sigma) & l_f\sin(\sigma) + l_s\cos(\sigma) & -l_s & l_s \end{bmatrix}$$

Par conséquent:

$$\dot{X} = AX + B_x F_x + B_y F_y$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{C_0}{M}V_x & 0 & V_y \\ 0 & 0 & -V_x \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

0,5

$$B_x = \begin{bmatrix} \frac{1}{M} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\sigma) & \cos(\sigma) & 1 & 1 \\ \sin(\sigma) & \sin(\sigma) & 0 & 0 \\ l_f\sin(\sigma) - l_s\cos(\sigma) & l_f\sin(\sigma) + l_s\cos(\sigma) & -l_s & \end{bmatrix}$$

0,5

0,5

$$B_y = \begin{bmatrix} \frac{1}{M} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{M} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin(\sigma) & -\sin(\sigma) & 0 & \\ \cos(\sigma) & \cos(\sigma) & 1 & \\ l_f\cos(\sigma) + l_s\sin(\sigma) & l_f\cos(\sigma) - l_s\sin(\sigma) & -l_r & \end{bmatrix}$$

) La dynamique complète du véhicule

On a $I\dot{\omega} = k_i u_i - R_{eff} F_{xi}$

D'ou $F_{xi} = \frac{k_i u_i - I\dot{\omega}_i}{R_{eff}} = \frac{k_i}{R_{eff}} u_i - \frac{I}{R_{eff}} \dot{\omega}_i$ 0,5

Par conséquent

$$F_x = \begin{bmatrix} F_{xfl} \\ F_{xfr} \\ F_{xrl} \\ F_{xrr} \end{bmatrix} = \frac{1}{R_{eff}} \begin{bmatrix} k_{fl} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{fr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{rl} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{fl} \\ u_{fr} \\ u_{rl} \\ u_{rr} \end{bmatrix}$$ 0,5

$$- \frac{I}{R_{eff}} \begin{bmatrix} \dot{\omega}_{fl} \\ \dot{\omega}_{fr} \\ \dot{\omega}_{rl} \\ \dot{\omega}_{rr} \end{bmatrix}$$

Donc

$\dot{X} = f(X) + BU$ 0,5

avec $X = [V_x \quad V_y \quad \Omega_z]^T$; $U = [u_{fl} \quad u_{fr} \quad u_{rl} \quad u_{rr}$ 0,5

$$B = \frac{B_x}{R_{eff}} \begin{bmatrix} k_{fl} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{fr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{rl} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{rr} \end{bmatrix}$$ 0,5

$F(x) = AX + B_y F_y - \frac{B_x I}{R_{eff}} [\dot{\omega}_{fl} \quad \dot{\omega}_{fr} \quad \dot{\omega}_{rl} \quad \dot{\omega}_{rr}]^T$ (0,