

## Chapitre 1. Structure d'un système de commande numérique

Ce premier chapitre est une introduction à la commande numérique. Il contient les définitions de base nécessaires à la compréhension du cours relatif aux systèmes asservis échantillonnés.

### 1.1 Définitions

**1.1.1 Définition d'un signal analogique (signal à temps continu) :** un signal analogique (continu) noté  $y(t)$ , est un signal qui passe d'une valeur à une autre sans discontinuité comme le montre la figure suivante.

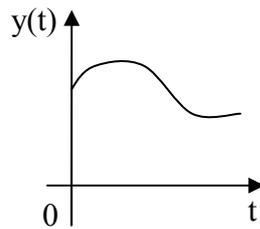


Fig 1.1 : Signal analogique

L'utilisation de calculateurs numériques (ordinateurs, microprocesseurs,...) a conduit à considérer des signaux dits : discrets qui n'admettent des valeurs qu'à certains instants régulièrement espacés.

**1.1.2 Signal à temps discret (appelé souvent signal discret) :** est un signal discontinu défini par une séquence de valeurs distinctes, définies aux instants  $k\Delta$ , avec  $\Delta$  est la période d'échantillonnage et  $k$  est un entier. Un signal discret noté  $y(k)$  est égal à la valeur du signal analogique  $y(t)$  aux instants  $t=k\Delta$ , c'est-à-dire:  $y(k) = y(k\Delta)$ .

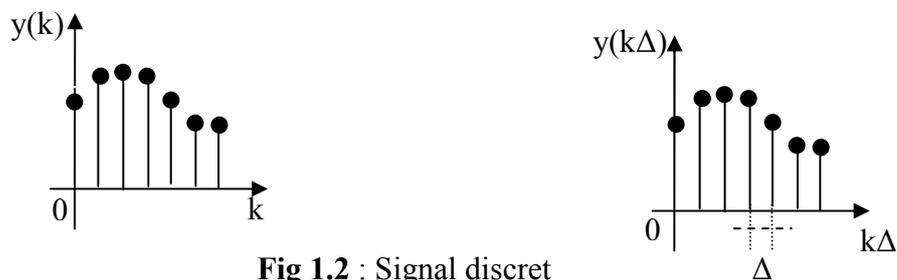
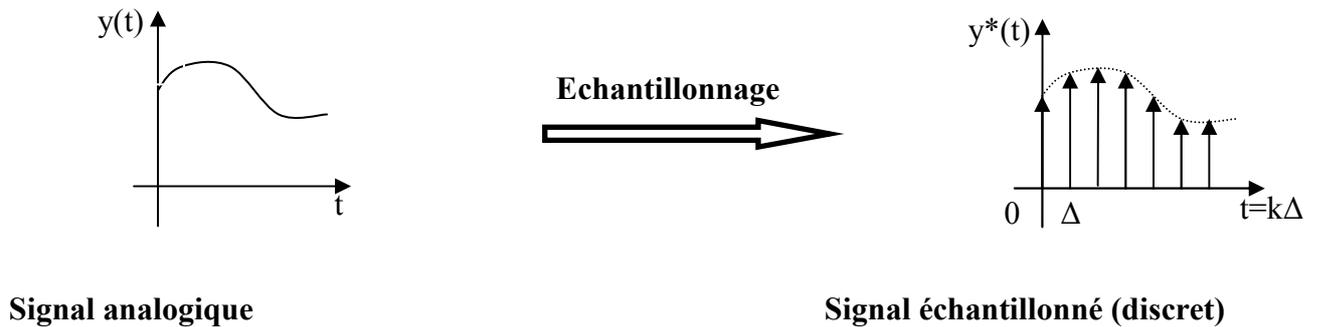


Fig 1.2 : Signal discret

**1.1.3 Signal échantillonné :** L'échantillonnage d'un signal analogique est l'opération permettant de passer d'un signal à temps continu à un signal à temps discret. Autrement dit, échantillonner un signal analogique consiste à le remplacer par une suite de ses valeurs prises à des instants  $k\Delta$ . Après échantillonnage d'un signal analogique, on obtient un signal discret.

**Fig 1.3** : Echantillonnage

L'opération d'échantillonnage consiste à multiplier le signal analogique  $y(t)$  par un train d'impulsions unitaires (peigne de Dirac) de période  $\Delta$ , ainsi le signal  $y(t)$  échantillonné noté  $y^*(t)$  est défini par

$$y^*(t) = y(t)p(t)$$

$p(t)$  est le peigne de Dirac, défini par:

$$p(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \delta(t - k\Delta)$$

D'où

$$y^*(t) = y(t)p(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} y(t)\delta(t - k\Delta) = \sum_{k=0}^{+\infty} y(k\Delta)\delta(t - k\Delta)$$

A partir de la relation ci-dessus, on constate que le signal échantillonné  $y^*(t)$  est égal à  $y(t)$  aux instants  $k\Delta$  et zéro ailleurs, i.e.,:

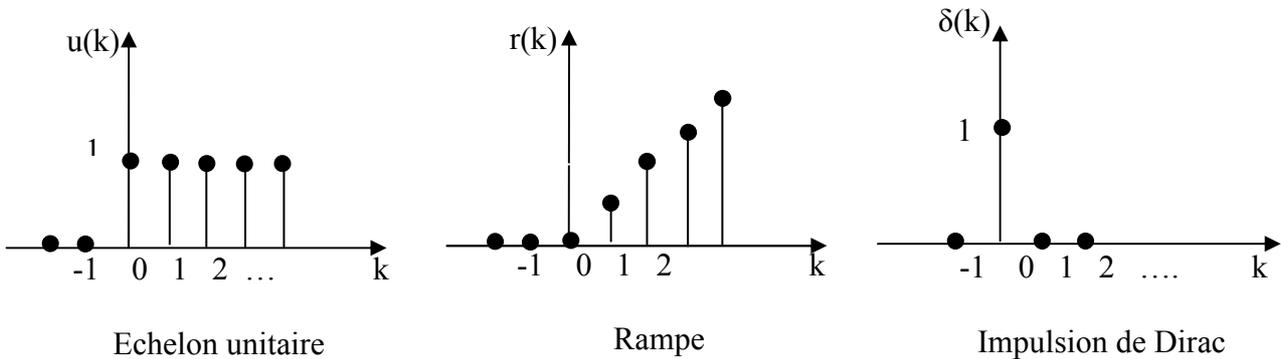
$$y^*(t) = \{y(0), y(\Delta), y(2\Delta), \dots\} = \{y(0), y(1), y(2), \dots\} = y(k)$$

Le signal échantillonné  $y^*(t)$  est représenté par la séquence de valeurs  $y(k)=y(k\Delta)$  (voir figure 1.3).

**1.1.4 Signal numérique:** Un signal numérique est un signal discret dont l'amplitude a été quantifiée. Quantifier une valeur signifie la convertir en une succession de bits représentant cette valeur dans un système de codage bien défini.

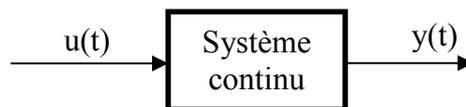
**1.1.5 Signal discret causal** : Un signal discret  $y(k)$  est dit causal si  $y(k)=0$  pour  $k<0$ .

- Exemples de signaux discrets (ou échantillonnés) causaux



### 1.1.6 Système à temps continu (analogique)

Un système continu, est un système dont les signaux d'entrée et de sortie sont continus (analogiques).



où :

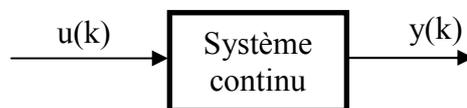
$u(t)$  : est le signal d'entrée (commande)

$y(t)$  : est le signal de sortie

**Remarque** : Les systèmes continus sont modélisés par la fonction de transfert  $G(p)$  ou par des équations différentielles.

### 1.1.7 Système à temps discret

Un système à temps discret appelé souvent **système discret**, est un système dont les signaux d'entrée et de sortie sont discrets.



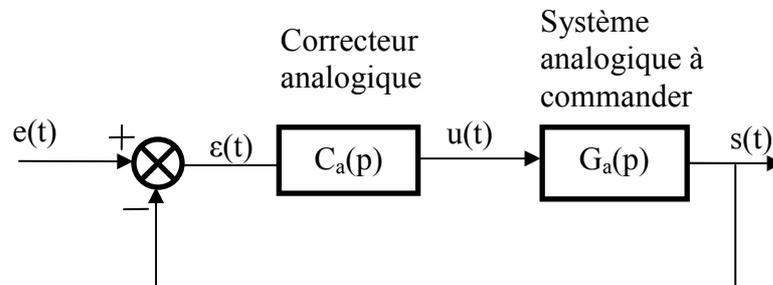
où :

$u(k)$  : est le signal d'entrée (commande)

$y(k)$  : est le signal de sortie

**Remarque** : Les modèles utilisés pour la description des systèmes discrets ainsi que les outils d'analyse seront étudiés aux chapitres suivants.

**1.2 La structure d'un système de commande analogique (continu):** Dans un système de commande analogique (ou asservissement analogique), le procédé (système à commander) est piloté par un correcteur (régulateur) analogique. La structure d'un système de commande analogique est illustrée par la figure suivante.



**Fig.1.4 :** Structure d'un système de commande analogique (continu)

Où :

Le bloc  $G_a(p)$  représente la fonction de transfert du processus analogique.  $C_a(p)$  est la fonction de transfert du correcteur continu (analogique).  $p$  est la variable de Laplace.

Avec :

- $e(t)$  est le signal de consigne ou le signal de référence.
- $s(t)$  le signal de sortie du système à commander.
- $\varepsilon(t)$  l'erreur par rapport la consigne.
- $u(t)$  le signal de commande analogique généré par le correcteur continu.

Les signaux  $\varepsilon(t)$ ,  $s(t)$ ,  $e(t)$  et  $u(t)$  sont tous continus (analogiques).

- **Inconvénients de la commande analogique**

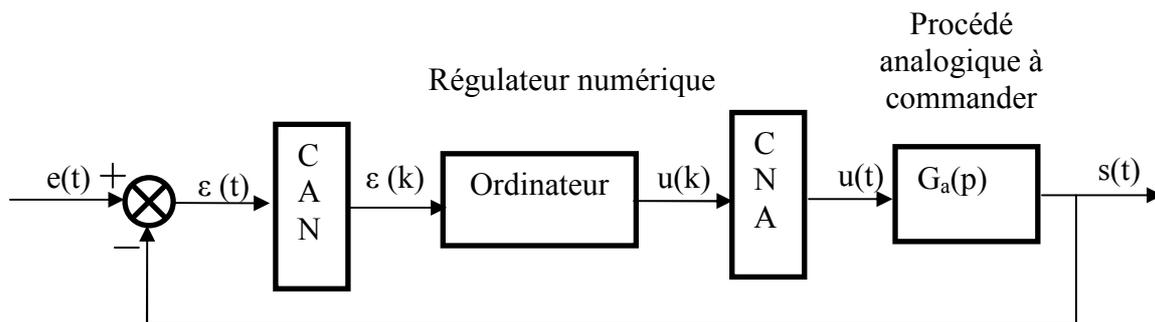
-L'un des inconvénients de la commande analogique est la difficulté d'adaptation des paramètres du régulateur (la non possibilité de changer les valeurs des paramètres). Les régulateurs analogiques comme le PID sont réalisés matériellement par des composants électroniques à base d'amplificateurs opérationnels sur des cartes électroniques. Il en résulte donc que les actions du régulateur analogique (PID) sont fixées une bonne fois pour toutes en fonction des paramètres du système à commander. Il n'y a aucune flexibilité de changer les paramètres de ces actions. Si le système évolue vers un autre point de fonctionnement, il est obligé de refaire la conception et la réalisation du régulateur. Ceci engendre des coûts considérables car les composants électroniques sont chers.

L'utilisation de calculateurs numériques (ordinateur, microprocesseur....) permet de calculer en temps réel les paramètres adéquats à appliquer à la commande du système en fonction de son évolution afin d'assurer de bonnes performances. L'implémentation logicielle des régulateurs numériques est à faible coût quasiment nulle. De plus, le calculateur, en plus des tâches de régulation est aussi exploité pour d'autres tâches comme la gestion et l'organisation de l'installation, la surveillance du procédé et l'optimisation de la production, etc.

### 1.3. La structure d'un système de commande numérique (ou un système de commande par calculateurs numériques)

Le principe d'un système de commande numérique (ou asservissement numérique) est de remplacer le correcteur analogique par des algorithmes mis en œuvre sur calculateurs numériques (ordinateur, microprocesseur,....).

La commande numérique d'un procédé analogique est illustrée par la figure suivante.



**Fig.1.5** : Structure d'un système de commande numérique (ou asservissement numérique)

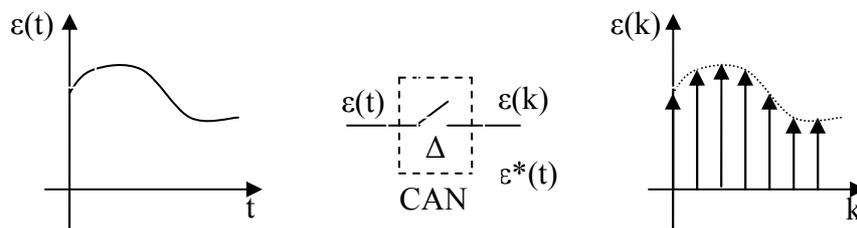
Comme le montre la figure ci-dessus, l'ordinateur (régulateur numérique) utilise des signaux numériques ( $\varepsilon(k)$  et  $u(k)$ ) qui se présentent sous forme de suite de valeurs numériques, par contre le procédé à temps continu (partie analogique), utilise des signaux continus ( $u(t)$  et  $s(t)$ ). Pour ceci, la commande par ordinateur nécessite la mise en œuvre d'interfaces entre l'ordinateur et le procédé analogique, ceci est obtenu à l'aide :

- **Convertisseur analogique-numérique (CAN)** permet de convertir les signaux analogiques issus du procédé analogique à des signaux numériques. La conversion

d'un signal analogique  $\varepsilon(t)$  en signal numérique  $\varepsilon(k)$  nécessite deux opérations élémentaires: l'**échantillonnage** et la **quantification**.

a) **L'échantillonnage (Sampling)**: voir la section 1.1.3 .

b) **La quantification** : La quantification consiste à affecter une valeur numérique à chaque échantillon prélevé. Si les effets de la quantification sont négligés, la conversion analogique-numérique pourra être représentée par un simple échantillonneur, comme suit :

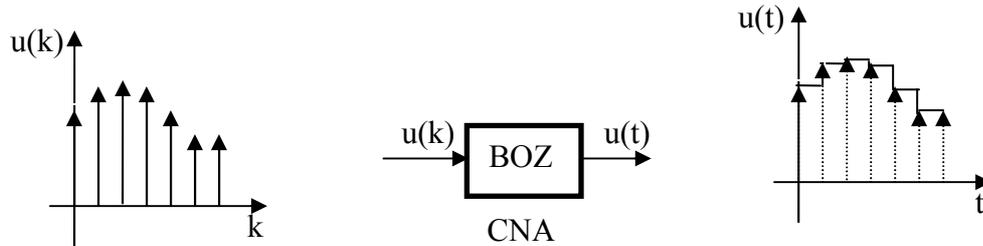


**Fig.1. 6** : Convertisseur analogique-numérique

**Remarques** : -Puisque les effets de la quantification sont supposés nuls, alors le signal numérique  $\varepsilon(k)$ , noté aussi  $\varepsilon^*(t)$ , résulte directement de l'échantillonnage du signal analogique  $\varepsilon(t)$ . Dans ce cours, le rôle du convertisseur analogique-numérique se limite à celui d'un simple échantillonneur qui délivre à sa sortie le signal numérique ou échantillonné. Les aspects codage et quantification ne sont pas inclus.

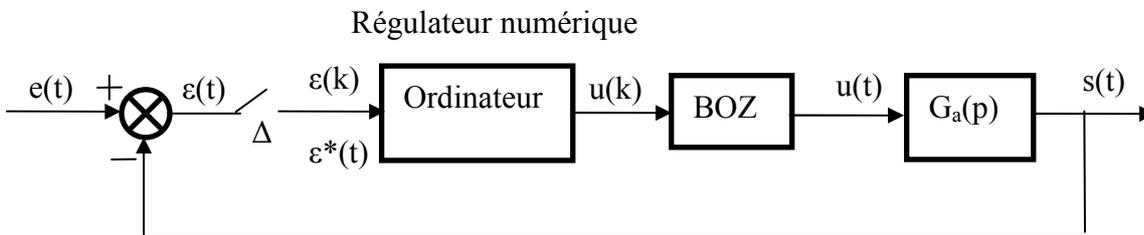
-L'échantillonneur (voir Fig. 1.6) est schématisé par un interrupteur dont l'ouverture et la fermeture sont pilotées par l'horloge de l'ordinateur.

- **Convertisseur numérique-analogique (CNA)** : permet de convertir les signaux numériques  $u(k)$  issus de l'ordinateur à des signaux analogiques constituant l'entrée du procédé à commander. Cette opération est appelée reconstruction de signal. Une des méthodes de reconstruction consiste à utiliser un Bloqueur d'Ordre Zéro (BOZ) (Zero Order Hold). Le BOZ est un système qui permet d'obtenir un signal analogique à partir d'une suite d'échantillons ou d'un signal numérique. En effet, le bloqueur d'ordre zéro maintient à sa sortie la valeur de l'échantillon d'entrée, durant la période d'échantillonnage  $\Delta$  comme le montre la figure suivante :

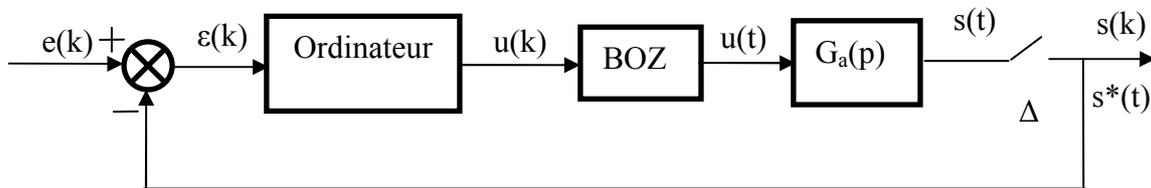


**Fig.1.7** : Convertisseur numérique-analogique (BOZ)

En remplaçant le CAN et le CNA par leurs symboles, le schéma d'un système de commande numérique de la Fig 1.5, devient:



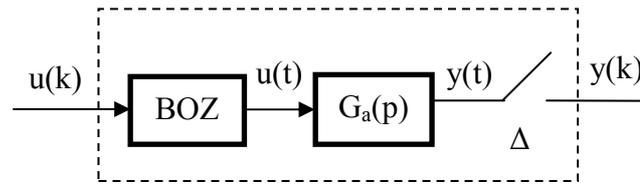
Le schéma ci-dessus peut aussi être représenté par la 2<sup>ème</sup> structure suivante



**Remarque** : La présence d'un échantillonneur dans un système de commande définit le système comme système échantillonné nécessitant des méthodes d'analyse et de synthèse particulières que nous allons étudier dans les chapitres suivants.

La figure 1.8 suivante montre un système échantillonné en boucle ouverte, qui est composé de trois blocs en cascade suivants:

- Un bloqueur d'ordre zéro (BOZ)
- Un système analogique (continu) de fonction de transfert  $G_a(p)$
- Un échantillonneur

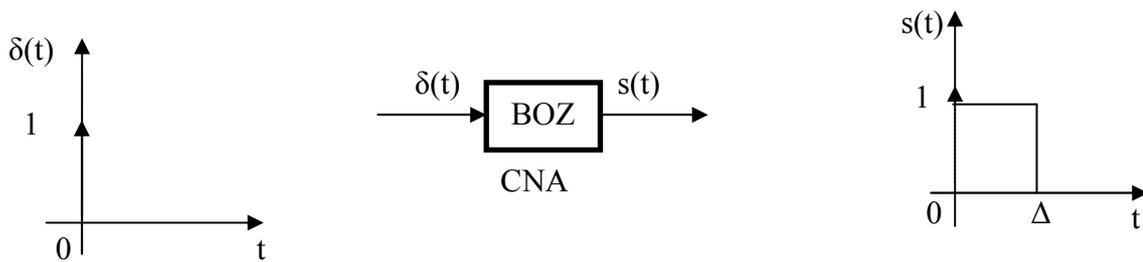


**Fig.1.8** : Système échantillonné en boucle ouverte

Le système échantillonné ci-dessus, dont l'entrée et la sortie sont discrètes (numériques), est aussi dit un système discret.

### 1.4 Modélisation d'un BOZ

La réponse impulsionnelle d'un BOZ est représentée sur la figure suivante



La réponse impulsionnelle du BOZ est de la forme

$$s(t) = e(t) - e(t - \Delta)$$

où

$e(t)$  : est un échelon unitaire et  $e(t - \Delta)$  est un échelon unitaire retardé.

Soit  $B_0(p)$  la fonction de transfert du bloqueur d'ordre zéro (BOZ).  $B_0(p)$  est la transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle  $s(t)$ , i.e. :

$$B_0(p) = L(s(t)) = \frac{1}{p} - \frac{e^{-\Delta p}}{p} = \frac{1 - e^{-\Delta p}}{p}$$

où  $L$  représente la transformée de Laplace.

### 1.5 Intérêts de la commande par calculateurs

Parmi les avantages de l'utilisation du calculateur numérique (machine programmable) à la place d'un correcteur analogique (machine câblée), nous pouvons citer :

- Les régulateurs numériques (programmes implantés sur calculateurs) sont facilement ajustables en temps réel et ce par un simple réglage des paramètres des programmes.

- Ils permettent la gestion des systèmes complexes (grand nombres de paramètres, commande multi-boucles.....).

- La capacité de mémorisation est énorme.
- Réalisation facile des techniques de commande et de surveillance très sophistiquées.
- Grande précision,....

### **1.6 Inconvénients de la commande numérique**

L'inconvénient majeur des régulateurs numériques est le retard du aux opérations de conversion AN, NA et à l'exécution des instructions du programme qui nécessitent un certain temps. Ce retard dans l'obtention du signal de commande peut conduire à la dégradation des performances du système à commander (oscillations,....).

### **Références**

- 1- A. Jutard, M. Betemps, Systèmes asservis linéaires échantillonnés, institut national des sciences appliquées, Lyon, 1998.
- 2- D. Peaucelle, Systèmes à temps discret, Commande numérique des procédés, 2003.
- 3- Maurice Rivoire, Jean Louis Ferrier, Commande par ordinateur. Identification, Eyrolles, 1998.
- 4- R. Longchamp, Commande numérique de systèmes dynamiques, P. P. U. R., 1995.
- 5- I. D. Landau, Identification et commande des systèmes, Hermès, 1993.
- 6- Y. Granjon, Automatique-Systèmes linéaires, non linéaires, à temps continu, à temps discret, représentation d'état, Cours et exercices corrigés, 2ieme édition, Dunod, Paris, 2001, 2010.
- 7- C. L. Phillips, H. T. Nagle, Digital control system- analysis and design, Prentice Hall, 1990.