Moussa Diaf, Dr, Prof.

Université Mouloud Mammeri
Tizi-Ouzou

Module : Systèmes Echantillonnés

Correcteurs Numériques
Recherche de la loi de commande

Troisième année de Licence en Automatique

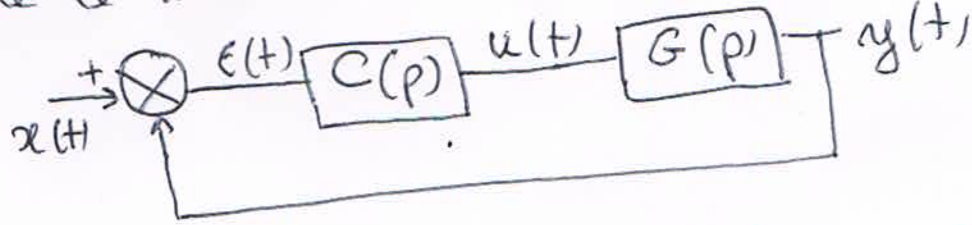
Sommaire

CORRECTEURS NUMERIQUES

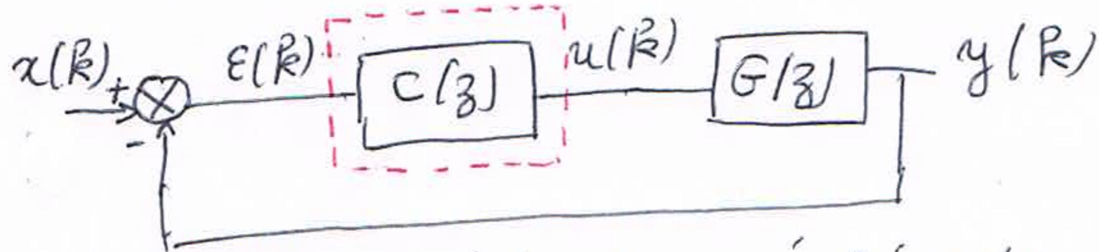
Recherche de la loi de commande.

I. INTRODUCTION

Vous avez vu dans le module de Systèmes Asservis Linéaires Continus que si l'on veut atteindre une précision donnée ou fixer des marges de stabilité ou, encore, éliminer des perturbations, on introduit un correcteur. Ce correcteur peut être à avance de phase, retard de phase, mixte ou un régulateur P, PI ou PID. Ces correcteurs ou régulateurs sont souvent placés dans la chaine d'action comme le montre le schéma suivant:



A la sortie de C(p) nous avons la commande u(t)
La réalisation pratique de C(p) s'effectue à l'aide composants analogiques (Résistances, capacités, bobines, transistors, amplificateurs opérationnels, verins etc.)
Dans le cas des systèmes échantillonnés, le correcteur C(p) est réalisé sur un calculateur.



Réaliser C(z), c'est donc implémenter le programme qui réalise l'équation de récurrence qui lie u(k) et ε(k). La réalisation d'un correcteur dans une commande numérique est donc un programme. Ce programme nous livre la loi de commande u(k). Chercher la loi de commande u(k), c'est trouver le correcteur C(z). Le processus à commander est toujours muni d'un BOZ.

Le régulateur numérique peut être calculé de différentes façons :

1- Par transposition de C(p) en C(z)
2- Par les méthodes d'approximation
3- En utilisant les régulateurs classiques
3- En se basant sur les TYPES de systèmes.

II- PAR TRANSPOSITION DE C(p) en C(z)

Ce cas se pose souvent dans certaines entreprises qui cherchent à remplacer le régulateur analogique par un régulateur numérique.

Ainsi pour passer simplement de C(p) à C(z) on peut poser : $z_i = e^{P_i \Delta}$. Les pôles et zéros de $C(p)$ sont remplacés par $e^{p_i \Delta}$ où Δ est la période d'échantillonnage.

On peut encore utiliser les méthodes d'approximation que nous avons vues dans les cours précédents. On peut donc utiliser : la forme d'Euler

- la forme d'Euler :

$$\boxed{p = \frac{z-1}{\Delta}}$$ (Intégrale)

- la forme de TUSTIN :

$$\boxed{p = \frac{2(z-1)}{\Delta(z+1)}}$$ (Dérivée)

- la forme Rectangles supérieurs :

$$\boxed{p = \frac{z-1}{\Delta z}}$$

Exemple : soit le régulateur PID :

$$C(p) = K\left[1 + \frac{1}{T_i p} + \frac{T_d p}{1 + \frac{T_d}{N} p}\right]$$

Euler

TUSTIN

Pour l'intégrateur, on utilise Euler et pour le dérivateur, on utilise TUSTIN. On a donc :

$$C(z) = K\left[1 + \frac{1}{T_i \frac{z-1}{\Delta}} + \frac{2 T_d \frac{(z-1)}{\Delta(z+1)}}{1 + 2 T_d \frac{(z-1)}{\Delta(z+1)}}\right]$$

A partir d'ici, après avoir terminé les calculs, puisqu'on a $C(z) = \frac{U(z)}{\varepsilon(z)}$, on détermine l'équation de récurrence qui lie $\varepsilon(k)$ et $u(k)$.

III. REGULATEURS NUMERIQUES CLASSIQUES

Dans tous les cas, les intégrateurs sont précédés d'un BOZ.

① Intégrateur pur

En continu : $\begin{cases} u(t) = \dfrac{1}{T_i} \displaystyle\int_0^t \varepsilon(x)\,dx \\ I(p) = \dfrac{1}{T_i p} \end{cases}$

En présence d'un BOZ :

$$I(z) = \frac{1}{T_i}\,\frac{z-1}{z}\,Z\left[\frac{1}{p^2}\right] = \frac{1}{T_i}\,\frac{z-1}{z}\,\frac{z\Delta}{(z-1)^2}$$

$$\boxed{I(z) = \frac{\Delta}{T_i}\,\frac{1}{z-1}}$$

- Equation de récurrence :

$$\frac{U(z)}{\varepsilon(z)} = \frac{\Delta}{T_i}\,\frac{1}{z-1} \Rightarrow U(z)\left[T_i(z-1)\right] = \Delta\,\varepsilon(z)$$

$$T_i\,z\,U(z) - T_i\,U(z) = \Delta\,\varepsilon(z) \Rightarrow$$

$$U(z) = z^{-1}\,\frac{T_i}{T_i}\,U(z) + \frac{\Delta}{T_i}\,z^{-1}\,\varepsilon(z) \text{ soit :}$$

$$\boxed{u(k) = u(k-1) + \frac{\Delta}{T_i}\,\varepsilon(k-1)}$$

où Δ est la période d'échantillonnage
T_i est la constante d'intégration à déterminer.

- C'est cette équation, à programmer, qui réalise le régulateur $I(z)$

2. Dérivateur

En continu, nous avons : $\left[\begin{array}{l} u(t) = T_d \dot{\varepsilon}(t) \\ D(p) = T_d\, p \end{array}\right.$

Avec la présence du BOZ, on a :

$$D(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left[\frac{T_d\, p}{p}\right] = T_d \frac{z-1}{z}$$

$$\boxed{D(z) = T_d \frac{z-1}{z}}$$

$D(z)$ ne dépend pas de Δ.

Pour le dérivateur, on utilise la version filtrée $D_f(p)$ qui est réalisable, le premier n'étant pas réalisable ou causal ($^\circ N > {}^\circ D$).

$$D_f(p) = \frac{T_d\, p}{1 + \frac{T_d}{N} p}$$ où N est une constante qui est fixée entre 8 et 10.

$$D_f(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z}\left(\frac{T_d\, p}{1 + \frac{T_d}{N} p}\right)$$

En calculant cette T.Z., on aura :

$$\boxed{D_f(z) = N \frac{z-1}{z-z_0}}$$ avec $z_0 = e^{-\frac{N\Delta}{T_d}}$

$D_f(z) = \frac{U(z)}{\varepsilon(z)}$, on peut, d'ici, tirer l'équation de récurrence qui lie $\varepsilon(k)$ et $u(k)$

3. Régulateur PID

En continu, nous avons :

$$u(t) = K\left[\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i}\int_0^t \varepsilon(x)\,dx + T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt}\right]$$

$$U(p) = K\left[1 + \frac{\Delta}{T_i}\frac{1}{p} + \frac{T_d\, p}{1 + \frac{T_d}{N} p}\right]$$

$C(z)$ est calculé à partir des T.Z de $I(p)$ et $Df(p)$ précédentes :

$$\boxed{C(z) = K\left[1 + \frac{\Delta}{T_i}\frac{1}{z-1} + N\frac{z-1}{z-z_0}\right]}$$ avec $z_0 = e^{-\frac{N\Delta}{T_d}}$

où N = règle l'effet dérivée
T_i : règle l'effet intégrale
K = amplitude du correcteur.

Si on pose $t_i = \frac{T_i}{\Delta}$, on aura :

$$C(z) = \frac{K(1+Nz^2) - \left(1 + 2N + z_0\frac{1}{T_i}\right)z + \left(z_0 + N \cdot \frac{z_0}{T_i}\right)}{z^2 - (1+z_0)z + z_0}$$

Si on pose $N = 8$ et $z_0 = 0{,}3$, l'équation de récurrence est :

$$\boxed{u(k) = 1{,}3\,u(k-1) - 0{,}3\,u(k-2) + 9\varepsilon(k) - \left(17{,}3 - \frac{1}{T_i}\right)\varepsilon(k-1) + \left(8{,}3 - \frac{0{,}3}{T_i}\right)\varepsilon(k-2)}$$

IV - CALCUL DU CORRECTEUR NUMERIQUE EN UTILISANT LES TYPES DE PROCESSUS

Il existe trois méthodes de calcul du régulateur numérique :

a - Méthode de la boucle ouverte
b - Méthode de la boucle fermée encore appelée :
  - Méthode de ZDAN
  - Méthode du second ordre
  - Méthode de placement de pôles
c - Régulateur RST.

Ces méthodes s'appliquent selon les TYPES de processus

a- La méthode de la boucle ouverte s'applique pour les processus de TYPE P_1

b- La méthode de la boucle fermée s'applique pour les processus de TYPE P_2

c- La troisième méthode (RST) qui ne fera pas objet dans ce cours s'applique pour les processus de TYPE P_3

1) PROCESSUS de TYPE P1

soit la F.T. $G(z) = \dfrac{B^m(z)}{A^n(z)}$

si :

- les zéros (racines de $B^m(z) = 0$) sont stables ($|z_i| < 1$)
- et $m = n$ ou $m = n-1$

alors le processus est dit de TYPE P_1

Exemple : Système du 1er ordre

$$G(z) = K \frac{1-z_0}{z-z_0} \quad . \quad \text{Ici} \begin{cases} m = 0 \\ n = 1 \end{cases} \Rightarrow m = n-1$$

Le processus est de type P_1.

Système du 2e ordre

$$G(z) = K \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0} \qquad \begin{matrix} m = 1 \\ n = 2 \end{matrix} \Rightarrow m = n-1$$

Le processus est de type P_1

Dans ce cas, on utilise la méthode de la boucle ouverte qui est une méthode simple et qui répond à un cahier des charges, comme par exemple :

" soit un système de F.T. $G(z)$. On introduit un correcteur pour avoir en boucle fermée une erreur nulle (erreur de position, de vitesse ou d'accélération).

Dans ce cas, en boucle ouverte, on devra avoir :

$$\boxed{C(z)G(z) = \frac{1}{(z-1)^m}}$$

avec $m = 1$, si erreur de position nulle : $\varepsilon_p = 0$

$m = 2$, si erreur de vitesse nulle : $\varepsilon_v = 0$

$m = 3$, si erreur d'accélération nulle : $\varepsilon_a = 0$

Si on remplace $G(z) = \frac{B^m(z)}{A^n(z)}$ dans l'expression ci-dessus, on aura :

$$C(z) = \frac{1}{(z-1)^m G(z)} = \frac{A^n(z)}{(z-1)^m B^m(z)}$$

Le degré du numérateur de $C(z)$ est n et celui du dénominateur est $m+1$

OR le processus est de type P_1 donc $m = n$ ou $m = n-1$

Si $m = n$ le degré du dénominateur de $C(z)$ est $m+1$ c'est-à-dire °N de $C(z)$ est inférieur °D de $C(z)$ donc $C(z)$ est causal donc réalisable.

Si maintenant $m = n-1$ on aura °N (degré du Numérateur) de $C(z)$ égal à n et °D (degré de son dénominateur égal $m-1+1 = m$, donc

$$°N = °D$$

$C(z)$ est toujours causal donc réalisable.

Pour un système de type P_2 ou P_3, $C(z)$ ne sera réalisable car $°N > °D$.

C'est la raison pour laquelle la méthode de la boucle ouverte ne s'applique que pour les processus de type P_1.

Par ailleurs, on a : $C(z) = \dfrac{A^m(z)}{(z-1)\, B^m(z)}$

Non seulement $C(z)$ doit être réalisable, il doit aussi être STABLE. Les racines de $B^m(z)$ qui est le numérateur de $G(z)$ doivent être stables $(|z_i| < 1)$. On dit encore compensables.

Exemple: soit un processus de type P_1. On introduit un correcteur pour avoir, en boucle fermée, une erreur de position nulle.

On utilise donc la méthode de la boucle ouverte. Si le retour est unitaire on doit avoir alors $C(z)\,G(z) = \dfrac{K}{z-1}$ où $\boxed{\dfrac{1}{z-1}}$ est un intégrateur simple qui annule ε_p.

$$C(z) = \frac{K}{z-1} \cdot \frac{1}{G(z)}$$

On remplace $G(z)$ par $\frac{B^m(z)}{A^n(z)}$. On aura :

$$\boxed{C(z) = \frac{K\,A(z)}{(z-1)\,B(z)}}$$

Le numérateur de $G(z)$ est devenu dénominateur de $C(z)$. Ses racines doivent être stables ($|z_i|<1$) et, bien sûr, $C(z)$ est réalisable comme cela a été expliqué précédemment.

En boucle fermée, on aura : $H(z) = \frac{C(z)\,G(z)}{1+C(z)\,G(z)}$

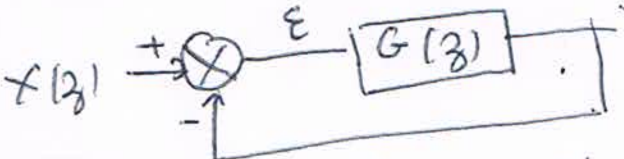
$$H(z) = \frac{\frac{K}{z-1}}{1+\frac{K}{z-1}} \quad \text{donc} \quad \boxed{H(z) = \frac{K}{z-(1-K)}}$$

Gain statique :

$$\forall K, \quad H(1) = \frac{K}{1-(1-K)} = 1$$

Un gain statique $H(1)=1$, entraîne toujours $\varepsilon_p = 0$

En effet ! Soit le système suivant :



$$\varepsilon = X - Y \Rightarrow \frac{\varepsilon}{X} = 1 - \frac{Y}{X} = 1 - H$$

On a donc : si $X(z) = \frac{z}{z-1}$

$$\varepsilon(z) = [1-H(z)]\,X(z)$$

$$\varepsilon_p(+\infty) = \lim_{z\to 1} \frac{z-1}{z}\,\varepsilon(z) = \lim_{z\to 1} \frac{z-1}{z}\,[1-H(z)]\,\frac{z}{z-1}$$

$\varepsilon_p(+\infty) = 1 - H(1)$ si $H(1) = 1$ donc $\varepsilon_p = 0$

(2) PROCESSUS DE TYPE (P2)

soit $G(z) = \dfrac{B^m(z)}{A^n(z)}$

Si :

- les zéros de $G(z)$ sont stables
- $n - m \geqslant 2$

alors le processus est de type (P_2)

On ne peut pas utiliser la méthode de la boucle ouverte pour ce type de processus car $C(z)$ ne sera pas causal donc non réalisable ($°N \geqslant °D$).

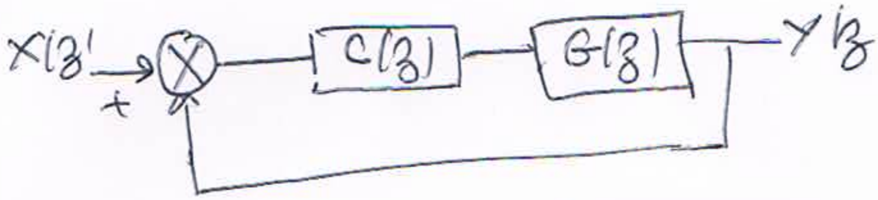
Pour les processus de type P_2, on utilise la méthode de la boucle fermée, méthode du second ordre ou de Zdan ou encore de placement de pôles.

Soit un processus de type P_2 de F.T.

$$G(z) = \frac{B^m(z)}{A^n(z)} \quad \text{avec } n-m \geqslant 2 \text{ et } B^m(z) \text{ stable.}$$

(a) On introduit un correcteur $C(z)$ pour que, en boucle fermée, on ait un système de F.T. désirée $H_d(z)$. $H_d(z)$ est souvent un système du 2e ordre qui est donné sous la forme continue avec ξ et ω_0 désirés.

$$H_d(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_0} + 2\xi\frac{p}{\omega_0} + 1}$$



$$H(z) = \frac{C(z)\,G(z)}{1 + C(z)\,G(z)} \Rightarrow$$

$$\boxed{C(z) = \frac{H_d(z)}{G(z)\left[1 - H_d(z)\right]}}$$

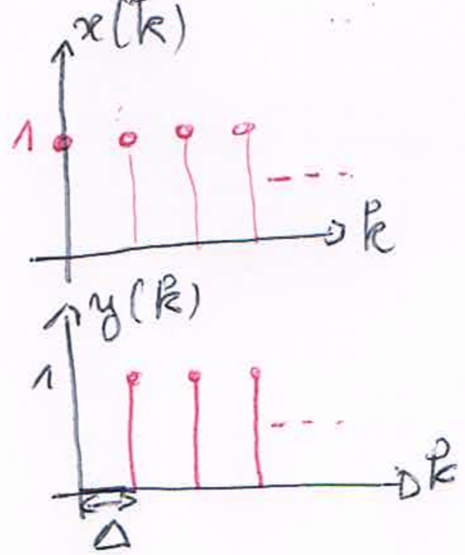
$G(z)$ est connu et $H_d(z)$ connu aussi puisqu'il est fixé. On tire facilement $C(z)$ qui doit être aussi réalisable et stable. Après le calcul de $C(z)$, il faut toujours vérifier ces deux conditions.

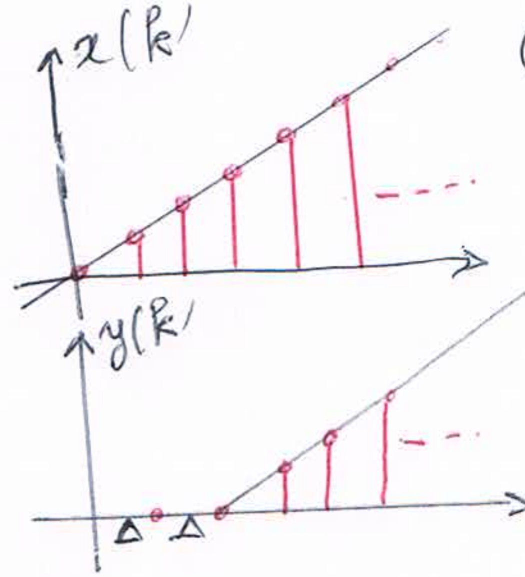
N.B. : On peut appliquer cette méthode aux processus de type P_1, mais il est plus facile, dans ce cas, d'utiliser la méthode de la boucle ouverte qui, elle, ne s'applique pas aux processus de type P_2.

(b) Réponse pile

Le problème se pose de la manière suivante : " Soit un système de F.T. $G(z)$. On introduit un correcteur pour que, en boucle fermée, on ait une réponse pile à 1 période, 2 période ou n périodes "

Réponse pile veut dire que la sortie est exactement identique à l'entrée, seulement avec un retard d'une période, deux périodes, n périodes.





$y(k)$ est exactement $x(k)$ mais avec un retard d'une période. Dans le plan des z, ceci se traduit par z^{-1} donc $Y(z) = z^{-1} X(z)$

$y(k)$ est $x(k)$ retardé de 2 périodes. On a donc $Y(z) = z^{-2} X(z)$ puisque dans le plan des z, ce retard est z^{-2}.

En boucle fermée, la F.T. désirée du système est $H_d(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)}$ soit $H_d(z) = \dfrac{z^{-1} X(z)}{X(z)} = z^{-1}$

Réponse pile à une période $\Rightarrow$ $\boxed{H_d(z) = z^{-1}}$

Dans le second cas à droite, nous aurons :

$H_d(z) = \dfrac{Y(z)}{X(z)} = \dfrac{z^{-2} X(z)}{X(z)}$ donc $\boxed{H_d(z) = z^{-2}}$

On détermine alors $C(z)$ en faisant :

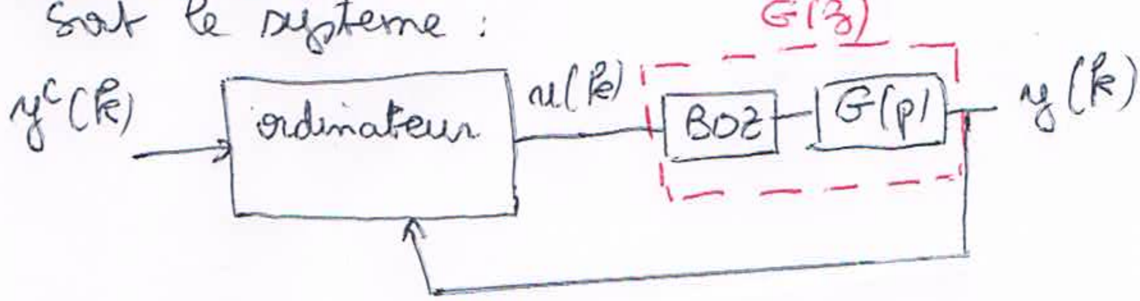
$$C(z) = \frac{H_d(z)}{G(z)\left[1 - H_d(z)\right]} = \frac{z^{-n}}{G(z)\left[1 - z^{-n}\right]}$$ si

le retard est de n périodes. On vérifie que $C(z)$ est réalisable et stable, sinon on ne pourra pas obtenir H_d désiré.

③ Exemples :

ⓐ Réponse pile.

Soit le système :



Tout se passe dans l'ordinateur ou automate programmable. On y introduit la consigne (ou entrée) $y^c(k)$, $y(k)$, $\varepsilon(k)$ qui sont liées par des équations de récurrence tirées à partir des T.Z. Ce sont ces équations de récurrence qui sont programmées dans l'ordinateur pour donner la commande u(k).

soit $G(z) = \dfrac{1,65}{z-0,67}$. On introduit un correcteur pour que, en boucle fermée, on ait une sortie exactement égale à l'entrée avec un retard d'une Δ.

Ainsi : $\dfrac{Y(z)}{X(z)} = z^{-1} = Hd(z)$

$$C(z) = \frac{Hd(z)}{G(z)\left[1 - Hd(z)\right]} = \frac{z^{-1}}{\frac{1,65}{z-0,67}\left[1 - z^{-1}\right]} = \frac{0,6z-0,4}{z-1}$$

$C(z) = \dfrac{U(z)}{\varepsilon(z)} = \dfrac{0,6z-0,4}{z-1}$. $C(z)$ est réalisable et c'est aussi un intégrateur $\left(\dfrac{1}{z-1}\right)$.

$U(z)\left[z-1\right] = (0,6z-0,4)\varepsilon(z) \Rightarrow zU(z) = U(z) + 0,6z\varepsilon(z) - 0,4\varepsilon(z)$

$U(z) = z^{-1}U(z) + 0,6\varepsilon(z) - 0,4z^{-1}\varepsilon(z)$ d'où l'équation de récurrence à programmer : ($z^{-n}X(z)$ correspond à $x(k-n)$)

$$\boxed{u(k) = u(k-1) + 0,6\varepsilon(k) - 0,4\varepsilon(k-1)}$$

b) second ordre

Soit un système de F.T. :

$$G(z) = K \frac{(z+0{,}75)}{(z+0{,}81)(z-0{,}55)}$$

On introduit un correcteur pour que, en boucle fermée, on ait un système équivalent à un second ordre continu tel que :

$\xi = 0{,}7$

Dépassement $= 0{,}3$

Temps de pic $= 4\,s$

Erreur de position nulle.

On commence par écrire la formule :

$$C(z) = \frac{Hd(z)}{G(z)[1 - Hd(z)]}$$

$G(z)$ étant connue, on doit derminer $Hd(z)$ à partir de $Hd(p)$ qui est donné ici.

$Hd(z)$ est de la forme : $Hd(z) = \dfrac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}$. On doit déterminer donc b_0, b_1, a_0, a_1 à partir de formules que nous avons appelées (pour mémoire) formules de Zdan.

Dans cet exercice, seul $\xi = 0{,}7$ est donné. On doit chercher ω_0 en se rappelant les formules du système du second ordre, soit : $D\% = 100\, e^{-\frac{\pi \xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$ et $t_{pic} = \dfrac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\xi^2}}$. Connaissant $\xi = 0{,}7$ on peut calculer ω_0. On peut donc avoir $Hd(z)$ et par suite $C(z)$.

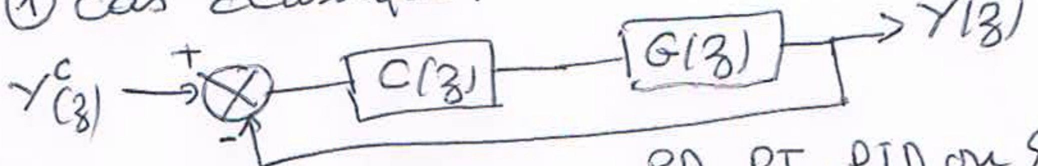
$\varepsilon_p = 0$, signifie que dans $C(z)$, on doit avoir un intégrateur pour que cette erreur ε_p s'annulle.

Vérifier que $C(z)$ est réalisable et stable.

V STRCTURE DES CORRECTEURS

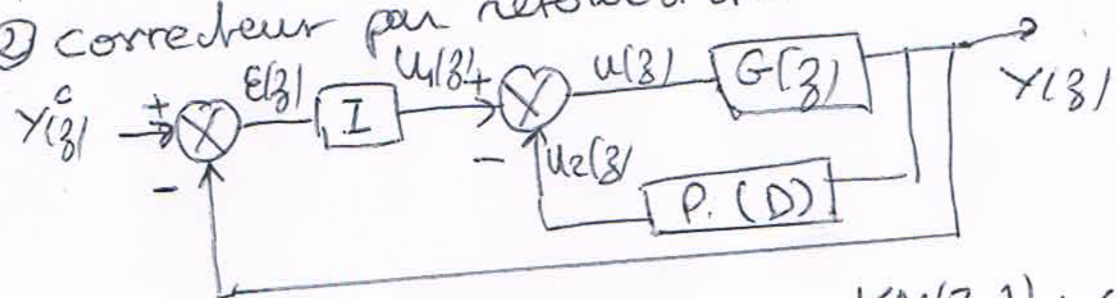
On a différentes structures de correcteurs.

1 cas classique :



C(z) peut être un PD, PI, PID ou soi quelconque ⇒ C(z) doit être réalisable et stable.

2 correcteur par retour d'état



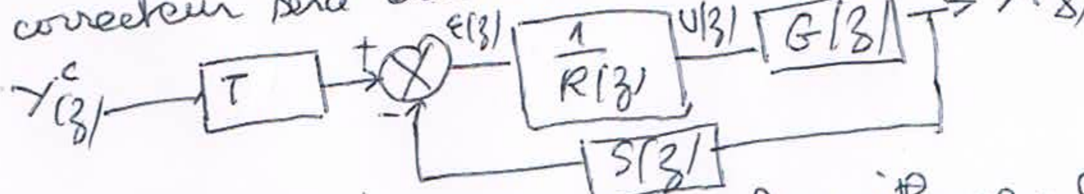
$$U(z) = \frac{K}{T_i}\Delta\frac{E(z)}{z-1} - K\,Y(z) - \frac{KN(z-1)}{z-z_0}Y(z) \qquad z_0 = e^{-\frac{N\Delta}{T_d}}$$

Ce cas sera étudié en MASTER I

3 STRUCTURE RST. s'applique aux processus de type P_3

- Si dans G(z), il existe des zéros instables et non m quelconques, le processus est de type P_3. Dans ce cas, on utilise le Regulateur RST où R(z), S(z) et T(z) sont des polynômes à déterminer

Ce correcteur sera étudié en MASTER I



Cette méthode est sous forme d'un alogorithme. C'est une méthode polynomiale qui donnera u(k).

VI-EXERCICES

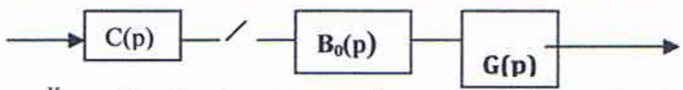
Exercice 1. Soit le système continu du second ordre caractérisé par **ζ=0.1** et **ω_0=0.7rad/s.** On considère que **ζ=0.1** est trop faible.

- Quelle est la meilleure valeur préconisée pour **ζ ?**
- Quel est le type de ce système ?

On veut réguler ce système numériquement en introduisant un correcteur qui nous permet d'avoir en boucle fermée un système équivalant à un système du second ordre analogique caractérisé par **ζ=0.8** (nous avons élevé la valeur de ζ).

- Choisir la période d'échantillonnage.
- Réaliser ce travail

Exercice 2- Soit un système à retour unitaire dont le fonction de transfert en boucle ouverte est :



1. En posant $G(p)=\dfrac{K}{1+\tau p}$, déterminer le correcteur qui nous permet d'avoir, en boucle fermée, un système de F.T. $H_d(z)=z^{-1}$ (réponse pile à une période). On posera $\alpha=\exp(-\Delta/\tau)$
   Applications Numériques : après ce calcul, on prendra α=-0.35 et K=5. Donner la F.T. de ce correcteur tenant compte de ces valeurs.
2. On prend maintenant $G(z)=\dfrac{1.5}{z-0.56}$ et on introduit un régulateur Proportionnel-Dérivée dans sa version filtrée.
   a. Calculer la TZ en ce régulateur (on posera $\alpha=\exp(-N\Delta/\tau_d)$ et on prendra Δ=1s.)
   b. En introduisant ce correcteur, on souhaite obtenir, en boucle fermée, un système qui se comporte comme un second ordre tel que : **ζ=0.8** et **$\omega_0\Delta$=1rad/s.**
   Déterminer les constantes de ce régulateur nous permettant de respecter ce cahier des charges.

Exercice 3 Soit le système asservi à retour unitaire de F.T. en boucle ouverte $G(z)=\dfrac{0.37(z-0.72)}{z^2-1.37z+0.37}$

1. On introduit un correcteur **C(z)** qui nous permet d'avoir en boucle fermée à retour unitaire un système de F.T. $H_d(z)=z^{-1}$. Déterminer le correcteur, vérifier les conditions requises et le réaliser.
2. Maintenant, pour améliorer les performances du système, on introduit le correcteur **C(z)** pour que, en boucle fermée, ce système se comporte comme un **système continu du second ordre** tel que **ζ=0.5** et **ω_0=0.6rad/s.** L'erreur de vitesse doit aussi être nulle.
   a. Calculer la F.T. **$H_d(p)$** du système continu.
   b. En déduire **$H_d(z)$** de ce système.
   c. Déterminer le correcteur C(z) et le réaliser.

Exercice 4 Soit un système continu du second ordre et fonction de transfert G(p) telle que : $\mathbf{G(p)}=\dfrac{3600}{p^2+6p+36}$

1. Déterminer la pulsation ω_0 et le coefficient d'amortissement ζ de ce système.

On voudrait commander ce système par calculateur. Il est échantillonné à la période **Δ=0.1s** et est muni d'un bloqueur d'ordre zéro.

2. Cette période d'échantillonnage est-elle bien choisie ?

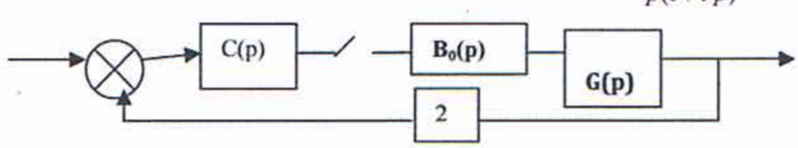
3. Calculer la Fonction de Transfert **G(z)** du système numérique équivalent.

Par la suite on prendra $\mathbf{G(z)}=\dfrac{0.14z+0.14}{z^2-1.6z+0.6}$

4. On introduit le correcteur **C(z)** pour que, en boucle fermée à retour unitaire, on ait une réponse pile à deux périodes.
   a. Calculer C(z).
   b. Ce correcteur est-il réalisable ?
   c. Si ce correcteur est réalisable, le réaliser.

5. Maintenant, on introduit le correcteur **C(z)** pour que, en boucle fermée, le système se comporte comme un premier ordre continu de fonctionde transfert $\boldsymbol{G(p)}=\dfrac{1}{1+0.4p}$ échantillonné à la période **Δ=0.1s** et muni d'un BOZ.
   a. Déterminer C(z).
   b. C(z), est-il réalisable ?

Exercice 5– Soit le schéma fonctionnel suivant : (C(z) = 1 par défaut) où $G(p)=\dfrac{50}{p(1+\tau p)}$



1. Calculer la fonction de transfert en boucle fermée W(z)=Y(z)/R(z) du système pour Δ=1ms et τ=10ms. On prendra $e^{-\Delta/\tau}=0.90$
2. La période d'échantillonnage est-elle bien choisie ?
3. En déduire l'équation caractéristique de l'asservissement. On prendra $D(z)=z^2-1.9z+0.91$

Afin de corriger le système, on propose d'utiliser le correcteur suivant : C(z) =K/(z-1) , K réel >0

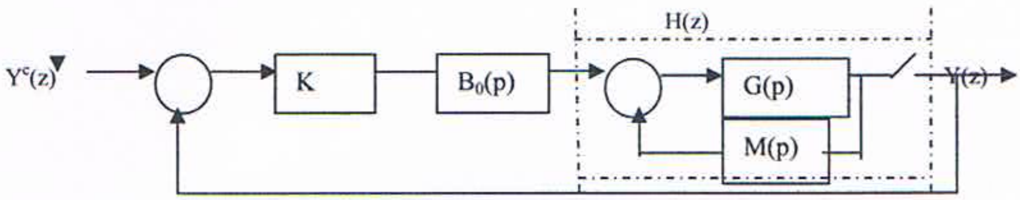
4. Quelle est la particularité de ce correcteur ?
   - Calculer alors les erreurs de positions et de vitesse ?
   - Déterminer K pour assurer la stabilité de l'asservissement.

Exercice 6 Soit un système de fonction de transfert $(z) = \frac{z}{z-0.4}$.

On introduit un correcteur C(z) dans la chaîne d'action pour obtenir, en boucle fermée à retour unitaire, un système désiré équivalent à un système linéaire et continu du second ordre caractérisé par un gain statique égal à 1, un amortissement $\zeta=0.7$ et une pulsation propre $\omega_n=1$rd/s.

1. Rappeler le principe de la méthode de Zdan.
2. Calculer la fonction de transfert $H_d(z)$ du système désiré. On donne **Δ=1s.**
3. On considère que $\boldsymbol{H_d(z)} = \frac{z+0.7}{z^2+z+0.1}$. Calculer le correcteur C(z)
4. Quelles précautions faut-il prendre dans ce cas.
5. Réaliser ce correcteur.

Exercice 7-Soit le système représenté par le diagramme fonctionnel suivant :



On donne $G(p) = \frac{p}{1+p}$ $et\ M(p) = \frac{p-21,16}{p+38,08}$ et Δ=0,2s.

1. Calculer H(z)

Par la suite on prendra $H(z) = \frac{3z^2+4z-7}{6z^2-5z+1}$

2. Donner la réponse à un échelon unitaire en utilisant la décomposition en éléments simples.
3. Quelle est la constante de temps correspondant au mode le plus long et donner sa valeur.
4. Calculer la fonction de transfert $F(z)=Y^c(z)/Y(z)$ du système.
5. Donner la valeur de K qui assure la stabilité du système en utilisant:le critère de Routh modifié puis le critère de Jury

Exercice 8 Soit un système échantillonné muni de son BOZ et de fonction de transfert $G_1(p) = \frac{1}{p^2+1}$

Soit un système de FT G(z) telle que : $G(z) = \frac{z-0.8}{z^2-0.5z}$.

On introduit un correcteur pour que, en boucle fermée, le système doit se comporter comme un système de second ordre de fonction de transfert:

$$H_d(p) = \frac{36.10^6}{p^2 + 6.10^3 p + 36.10^6}$$

1. Déterminer ω_0 et ζ de ce système.
2. Calculer $H_d(z)$, fonction de transfert de ce système de second ordre muni de son BOZ.

Par la suite, on prendra $H_d(z)=1/(z^2 + 0.5z + 0.5)$

3. Déterminer C(z)
4. Calculer la loi de commande u(k) de ce système en fonction de l'entrée et de la sortie.
   a. Est-elle réalisable ?
   b. Comment doit être la sortie pour avoir le correcteur réalisable? Est-il utile de réaliser ce correcteur ?

Formules utiles :

$$a_0 = \exp(-2\xi\omega_0\Delta) \quad a_1 = -2\sqrt{a_0}\cos(\omega_p\Delta) \quad b_0 = a_0 + \sqrt{a_0}\left[\xi\frac{\omega_0}{\omega_p}\sin(\omega_p\Delta) - \cos(\omega_p\Delta)\right],$$

$$b_1 = 1 - \sqrt{a_0}\left[\xi\frac{\omega_0}{\omega_p}\sin(\omega_p\Delta) + \cos(\omega_p\Delta)\right]. \qquad z_1, z_2 = \exp(-\xi\omega_0\Delta)\exp(\pm j\omega_p\Delta)$$