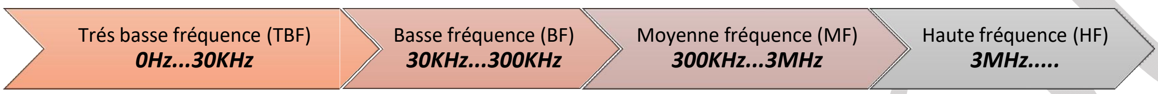
Chapitre 3 : Les filtres actifs

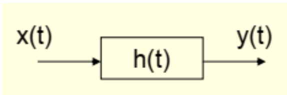
1. Définitions et caractérisation

Un système électronique est toujours conçu pour travailler dans une gamme de fréquence bien définie. On distingue, habituellement, quatre classes de fréquences :



Ainsi, un filtre est un circuit électronique qui transmet des signaux, sans déformation, d'une manière sélective selon leurs fréquences.

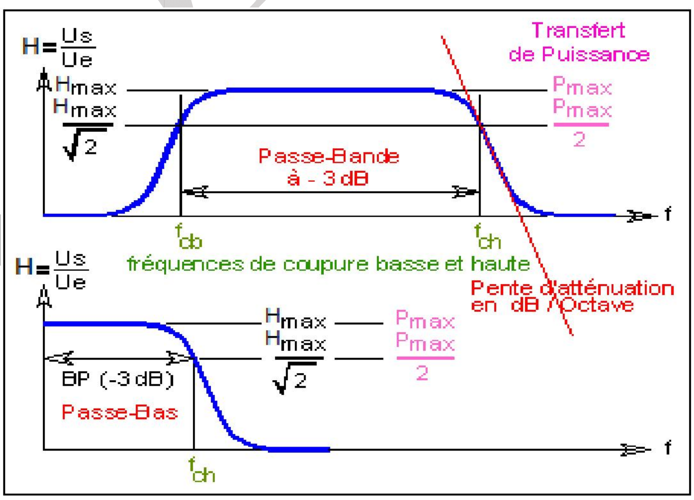
Le comportement d'un filtre est défini par l'étude fréquentielle de la fonction de transfert entre la tension de sortie et la tension d'entrée du filtre.



Généralement, un filtre est un système linéaire, En conséquence, il est représenté algébriquement par sa fonction de transfert complexe $H(jw) = \frac{Y(jw)}{X(jw)} = |H(jw)|e^{j\varphi(w)}$, ou graphiquement par les deux diagrammes de gain $(G(w) = 20log_{10}|H(jw)|)$ et de déphasage $(\varphi(w) = Arg(H(jw)))$ de Bode.

Un filtre est caractérisé par sa bande passante, ses fréquences de coupure qui délimitent sa bande passante et son ordre.

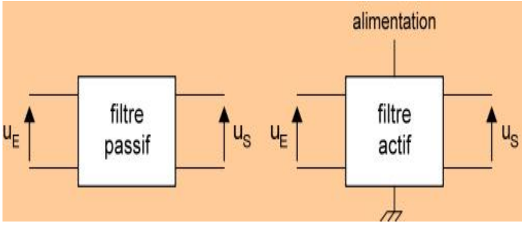
> ***Remarque 1:***
> *La fréquence de coupure f_c correspond à la fréquence pour laquelle le module de la fonction de transfert est :* $|H(jw)| = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$.
>
> *On a :* $G(w) = 20log_{10}|H(jw)| = 20log_{10}\left(\frac{H_{max}}{\sqrt{2}}\right) = 20log_{10}(H_{max}) - 20log_{10}(\sqrt{2})$
>
> $\boxed{G(w) = 20log_{10}(H_{max}) - 3 \quad (dB)}$, *On dit bande passante à -3 dB.*



On classe les filtres en deux grandes familles : *ANALOGIQUE* et *NUMERIQUE*.

Les filtres numériques sont des circuits logiques intégrés. Ils sont souples et performants. Ils requièrent une numérisation préalable du signal d'entrée, dont ils modifient les valeurs ainsi numérisées à l'aide d'un ensemble d'opérateurs numériques (multiplieurs, additionneurs, etc.). Toutefois, ils nécessitent des circuits de montage complexes (pré-filtrage, post-filtrage, etc.).

Les filtres analogiques agissent directement sur le signal analogique d'entrée. Ils sont constitués d'un ensemble de composants analogiques (résistances, condensateurs, inductances, éléments actifs). Ils sont divisés en passifs et actifs.



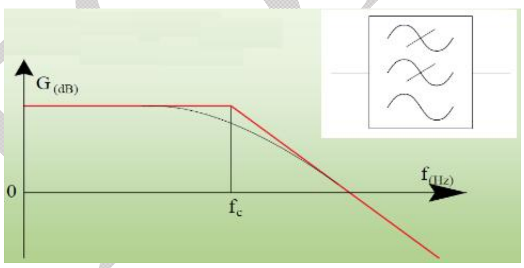
Passif	*Actif*
➢ Réalisé à base des composants passifs (Résistances, condensateurs, inductances).	➢ Réalisé à base des composants passifs (Résistances et condensateurs) et actifs (Transistors, AOP).
➢ Pas de gain en puissance.	➢ Gain en puissance élevé.
➢ Relativement difficile à s'accorder.	➢ S'accorde facilement.
➢ Encombrant s'il utilise une inductance.	➢ Il n'utilise jamais d'inductance.
➢ Utilisé, généralement, au-dessus de *1MHz*.	➢ Utilisé, généralement, en dessous de *100KHz*.

2. Classification des filtres actifs

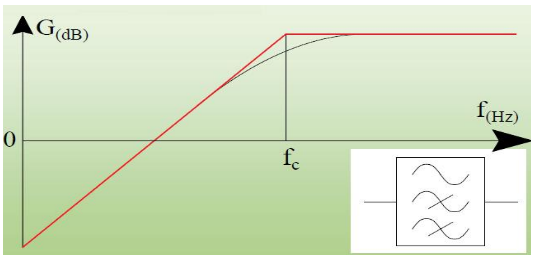
2.1. Selon leurs fonctions

On y trouve 4 catégories principales :

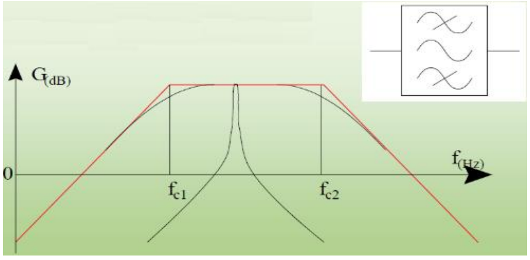
- **Passe-bas**
  Laisse passer les fréquences en dessous de f_c. En d'autres termes, laisse passer les basses fréquences.



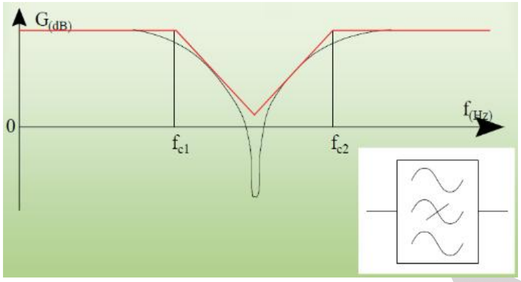
- **Passe-haut**
  Laisse passer les fréquences au-dessus de f_c. En d'autres termes, laisse passer les hautes fréquences.



- **Passe-Bande, ou sélecteur de bande ou de fréquence**
  Laisse passer les fréquences comprises entre f_{c1} et f_{c2}, les deux fréquences de coupure. La Bande Passante est $f_{c2} - f_{c1}$.



- **Coupe-Bande, ou réjecteur de bande ou de fréquence**
  Elimine les fréquences comprises entre f_{c1} et f_{c2}, les deux fréquences de coupure. La Bande coupée est $f_{c2} - f_{c1}$.



2.2. Selon leurs ordres

L'ordre d'un filtre est le degré le plus élevé des polynômes qui apparaissent dans sa fonction de transfert. On y trouve le ***1^er^*** ordre, le ***2^éme^*** ordre et ***n^ème^*** ordre. Ce dernier est une mise en cascade des filtres d'ordre ***1*** et ***2*** :

$\Rightarrow$ *Si **n** est pair, on a (n/2) filtres d'ordre **2**.*

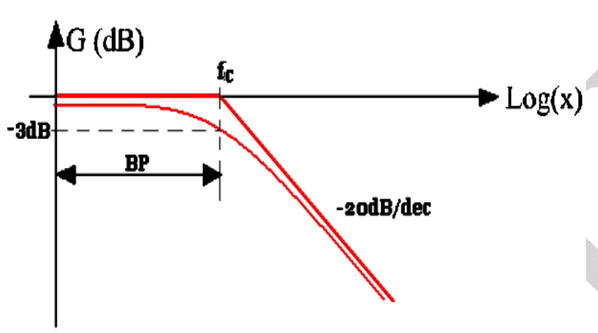
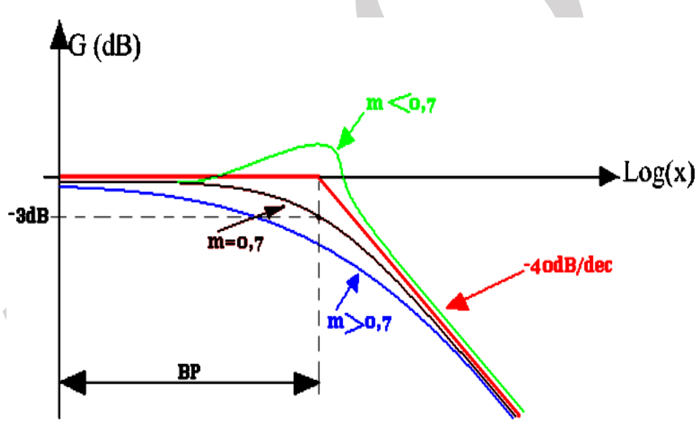
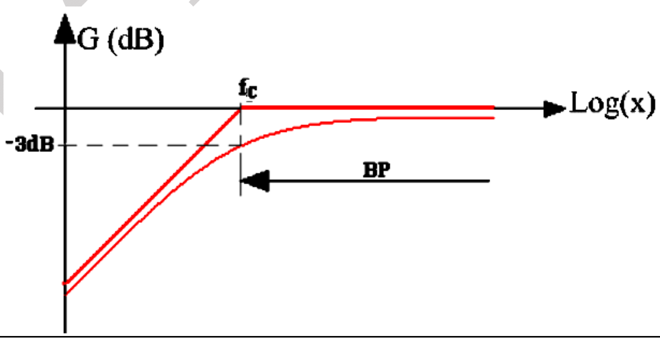
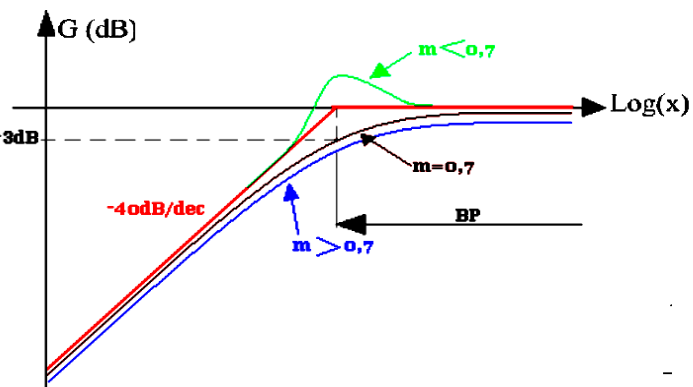
$\Rightarrow$ *Si **n** est impair, on a **(n-1)/2** filtres d'ordre **2** et un filtre d'ordre **1**.*

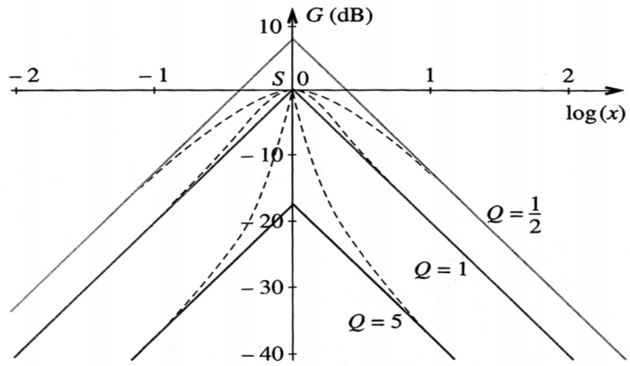
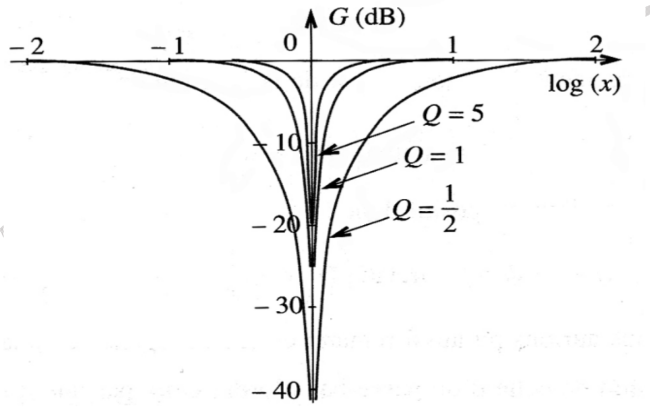
Remarques 2:
- *En pratique, l'ordre d'un filtre actif dépend du nombre de circuits **RC** qu'il contient (appelés, en théorie, pôles).*
- *Pour les filtres Passe bande ou Coupe bande, l'ordre **n** est supérieur à **1**.*

3. Structures de filtres actifs

3.1 Rappel sur les fonctions de transferts des filtres élémentaires

Les filtres essentiels sont principalement de quatre types : passe-bas, passe-haut, passe-bande et coupe-bande. Il est, cependant, bon à savoir que dans la réalité, tout filtre coupe les hautes fréquences, même un filtre dit passe-haut.

Nature du filtre	***Fonction de transfert***	***Diagramme de Bode du gain***
Passe-bas 1er ordre	$$H_{max}\frac{1}{1+j\frac{w}{w_c}}$$ - $\boldsymbol{H_{max}}$: *gain maximum dans la bande passante.* - $\boldsymbol{w_c}$: *pulsation de coupure qui donne la fréquence de coupure* $\boldsymbol{f_c}$.	
Passe-bas 2ème ordre	$$H_{max}\frac{1}{1+\frac{2m}{w_0}jw+\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}$$ - $\boldsymbol{H_{max}}$: *gain maximum dans la bande passante.* - $\boldsymbol{w_0}$: *pulsation propre qui donne la fréquence propre* $\boldsymbol{f_0}$. - $\boldsymbol{m}$: *facteur d'amortissement.* - $\boldsymbol{Q}$: *facteur de qualité*$=\frac{f_0}{BP}=\frac{1}{2m}$. - **BP** : *bande passante.*	
Passe-haut 1er ordre	$$H_{max}\frac{j\frac{w}{w_c}}{1+j\frac{w}{w_c}}$$ - $\boldsymbol{H_{max}}$: *gain maximum dans la bande passante.* - $\boldsymbol{w_c}$: *pulsation de coupure qui donne la fréquence de coupure* $\boldsymbol{f_c}$.	
Passe-haut 2ème ordre	$$H_{max}\frac{\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}{1+\frac{2m}{w_0}jw+\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}$$ - $\boldsymbol{H_{max}}$: *gain maximum dans la bande passante.* - $\boldsymbol{w_0}$: *pulsation propre qui donne la fréquence propre* $\boldsymbol{f_0}$. - $\boldsymbol{m}$: *facteur d'amortissement.* - $\boldsymbol{Q}$: *facteur de qualité*$=\frac{f_0}{BP}=\frac{1}{2m}$. - **BP** : *bande passante.*	

Passe-bande 2ème ordre	$$H_{max}\frac{\frac{2m}{w_0}jw}{1+\frac{2m}{w_0}jw+\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}$$ Ou $$H_{max}\frac{1}{1+j\frac{1}{m}\left(\frac{w}{w_0}-\frac{w_0}{w}\right)}$$ - $\boldsymbol{H_{max}}$ *: gain maximum dans la bande passante.* - $\boldsymbol{w_0}$ *: pulsation propre qui donne la fréquence propre* $\boldsymbol{f_0}$. - $\boldsymbol{m}$ *: facteur d'amortissement.* - $\boldsymbol{Q}$ *: facteur de qualité*$=\frac{f_0}{BP}=\frac{1}{2m}$. - **BP** *: bande passante.*	
Coupe-bande 2ème ordre	$$H_{max}\frac{1+\left(j\frac{w}{w_c}\right)^2}{1+\frac{2m}{w_c}jw+\left(j\frac{w}{w_c}\right)^2}$$ - $\boldsymbol{H_{max}}$ *: gain maximum dans la bande passante.* - $\boldsymbol{w_0}$ *: pulsation propre qui donne la fréquence propre* $\boldsymbol{f_0}$. - $\boldsymbol{m}$ *: facteur d'amortissement.* - $\boldsymbol{Q}$ *: facteur de qualité*$=\frac{f_0}{BP}=\frac{1}{2m}$. - **BP** *: bande passante.*	

3.2 Structures de filtres actifs

3.2.1 Filtres à réaction simple

On y trouve deux structures :

- Celles qui associent un AOP à deux impédances Z_i (figure 1).
- Celles qui associent un AOP à deux quadripôles passifs décrits par leurs paramètres admittances (figure 2).

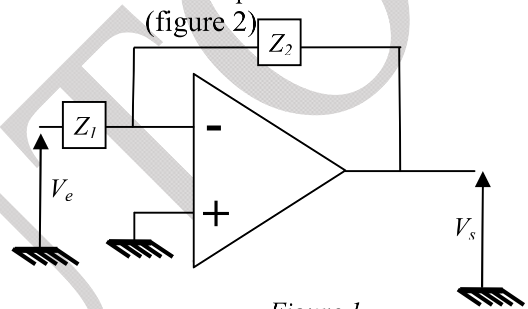


Figure 1

$$\boldsymbol{H(jw)=-\frac{Z_2}{Z_1}}$$

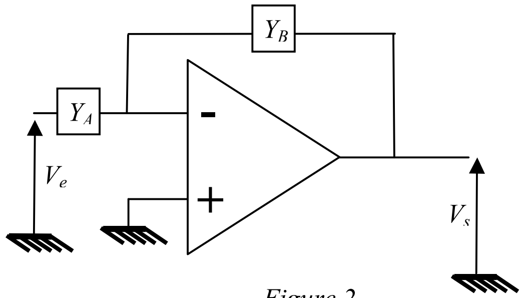


Figure 2

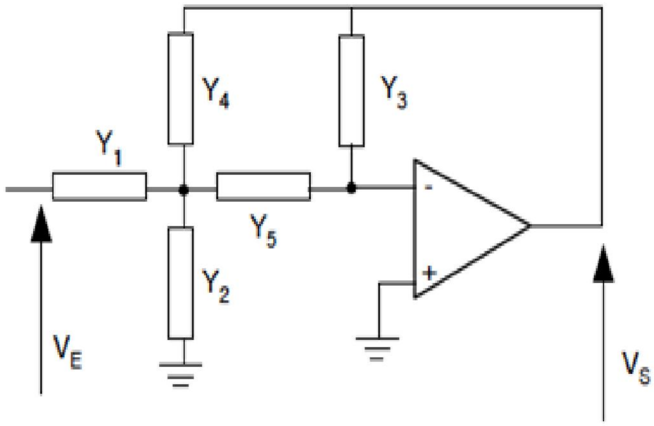
$$\boldsymbol{H(jw)=-\frac{Y_{21A}}{Y_{12B}}}$$

3.2.2 Filtres à réaction multiple

Connue sous l'acronyme MLF (de l'anglais *Multiple Loop Feedback*). On y distingue plusieurs structures, mais les plus couramment utilisées sont la structure de *Rauch* et la structure de *Kallen-Key*.

a) Structure de Rauch

Elle utilise un AOP inverseur et 5 dipôles. Ces dipôles sont formés de résistances et condensateurs et décrits par leurs admittances Y_i. C'est une structure du deuxième ordre.



La fonction de transfert du filtre à pour expression :

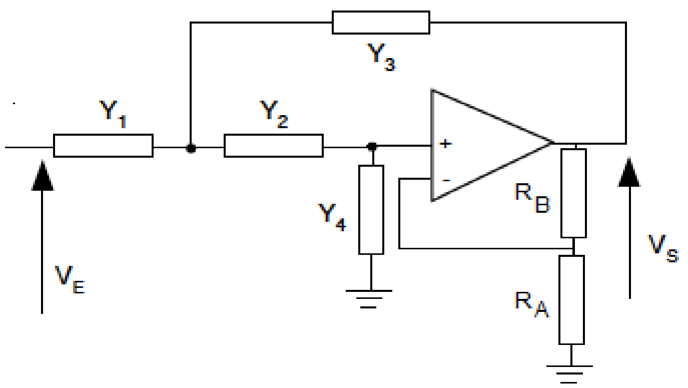
$$\boldsymbol{H = \frac{V_S}{V_E} = -\frac{Y_1 Y_3}{Y_3 Y_4 + Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4)}}$$

Selon la nature des admittances Y_i, résistances ou condensateurs, on réalise un filtre passe-bas, passe-haut ou passe-bande.

Fonction filtre	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5	H_{max}	w_0	m	$H(jw)$
Passe-bas	$\frac{1}{R}$	jC_2w	$\frac{1}{R}$	$\frac{1}{R}$	jC_1w	-1	$\frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}$	$\frac{3}{2}\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$	$-\frac{1}{1+\frac{2m}{w_0}jw+\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}$
Passe-haut	jCw	$\frac{1}{R_2}$	jCw	jCw	$\frac{1}{R_1}$	-1	$\frac{1}{C\sqrt{R_1R_2}}$	$\frac{3}{2}\sqrt{\frac{R_2}{R_1}}$	$-\frac{\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}{1+\frac{2m}{w_0}jw+\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}$
Passe-bande	$\frac{1}{R_1}$	$\frac{1}{R_2}$	jCw	jCw	$\frac{1}{R_3}$	$-\frac{R_3}{2R_1}$	$\frac{1}{C}\sqrt{\frac{R_1+R_2}{R_1R_2R_3}}$	$\sqrt{\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)R_3}}$	$H_{max}\frac{\frac{2m}{w_0}jw}{1+\frac{2m}{w_0}jw+\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}$

b) Structure de Sallen-Key

Elle utilise un AOP non inverseur et 4 dipôles. Ces dipôles sont formés de résistances et condensateurs et décrits par leurs admittances Y_i. C'est une structure du deuxième ordre.



La fonction de transfert du filtre à pour expression :

$$H = \frac{V_S}{V_E} = \frac{KY_1Y_3}{(Y_3+Y_4)(Y_1+Y_2)+Y_3(Y_4-KY_2)}\ ,\ \ K = 1+\frac{R_B}{R_A}$$

Selon la nature des admittances Y_i, résistances ou condensateurs, on réalise un filtre passe-bas, passe-haut ou passe-bande.

Fonction filtre	Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	H_{max}	w_0	m	$H(jw)$
Passe-bas	$\frac{1}{R}$	JC_2w	$\frac{1}{R}$	JC_1w	1	$\frac{1}{R\sqrt{C_1C_2}}$	$\sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$	$\frac{1}{1+\frac{2m}{w_0}jw+\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}$
Passe-haut	JC_1w	$\frac{1}{R_2}$	JC_2w	$\frac{1}{R_1}$	1	$\frac{1}{\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}$	$\frac{R_2(C_1+C_2)}{2\sqrt{C_1C_2R_1R_2}}$	$\frac{\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}{1+\frac{2m}{w_0}jw+\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}$
Passe-bande	$\frac{1}{R_1}$	$\frac{1}{R}$	jCw	$\left(\frac{1}{R}\right) \parallel (jCw)$	$\frac{R}{2(R_1+R)}$	$\frac{1}{RC}\sqrt{1+\frac{R}{R_1}}$	$\sqrt{1+\frac{R}{R_1}}$	$H_{max}\frac{\frac{2m}{w_0}jw}{1+\frac{2m}{w_0}jw+\left(j\frac{w}{w_0}\right)^2}$